



Stefano Giannetti

Laureato in Architettura nel 2010 con una tesi in "rilievo dell'architettura" dal titolo "Il processo ideativo medievale: Le campate della prima fase di Santa Maria Novella".
Dottorato in "Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente" (ICAR17) nel 2014 con la tesi dal titolo: "Analisi sistemica di un processo creativo medievale: Il Duomo di Sansepolcro e San Francesco ad Arezzo."

La natura generativa dell'unità di misura nel processo creativo medievale. Il progetto di San Francesco ad Arezzo.

The generative nature of the measurement unit in the medieval creative process. The design of San Francesco convent in Arezzo.

Il confronto tra una pergamena del XIII secolo e il rilievo del corrispondente edificio costruito offre la rara possibilità di instaurare un'indagine sul processo costruttivo e creativo medievale e sulla traduzione del progetto in edificio.

Il percorso a ritroso dall'oggetto al progetto, e dal progetto alle intenzioni progettuali, è stato fondato sull'analisi dell'unità di misura.

Dal processo inverso sono emersi due valori che l'unità di misura assume rispetto al processo creativo: un valore assoluto di traduzione del disegno in edificio; un valore proporzionale nella produzione di relazioni geometriche interne al disegno. Poiché da questa analisi ne deriva che due unità di misura diverse producono due diversi edifici, è chiaro che la misura oltre a garantire la coerenza interna al processo creativo dell'architettura, diviene una delle fonti principali di regole generative del linguaggio architettonico.

Comparing a 13th century parchment and a survey of the corresponding finished building offers a rare chance to investigate medieval construction and creative processes, as well as the way the design is translated into a building. A journey was taken back in time from the object to the design, and from the design to the project aims, based on an analysis of the unit of measurement. This reverse process revealed that the unit of measurement takes on two different values during the creative process: an absolute value when translating the drawing into a building, and a proportional value in the formation of geometric relationships within the drawing. Since, on the basis of this analysis, it can be concluded that two different units of measurement produce two different buildings, it is clear that measurement, as well as guaranteeing coherence within the creative process of architecture, is also one of the main sources of the rules that forge architecture.

parole chiave: processo creativo; disegno di progetto; medioevo; architettura degli ordini mendicanti
key words: creative process; design; middle ages; mendicant orders architecture

IL VALORE ASSOLUTO DELL'UNITÀ DI MISURA NELL'INDAGINE DELL'ARCHITETTURA STORICA

Il disegno di progetto di San Francesco ad Arezzo

Oggetto del presente studio è il disegno di progetto della chiesa e del complesso conventuale di San Francesco ad Arezzo, redatto su pergamena e conservato presso l'Archivio Capitolare di Arezzo. Il supporto è di dimensioni pari a 55,4 x 39,5 cm circa, il disegno è realizzato ad inchiostro. (Fig. 1)

Lo stato di conservazione è buono e non ci sono lacune nella pergamena che vadano a scapito della completezza del disegno. L'unica eccezione è per la zona intermedia, dove la pergamena è stata tagliata e ricucita. Questa operazione, a parere della critica (BORGHERINI 2001) è stata realizzata in un periodo successivo al disegno. Come tutte le pergamene, anche questa ha subito un ritiro non omogeneo che ha alterato i rapporti proporzionali, ma a questo problema, come si vedrà, è stato ovviato attraverso un ridisegno. Il soggetto, oltre ad essere dichiarato nella firma posta sul verso della pergamena³, è reso palese dalla conformazione generale del convento e della chiesa rappresentata (navata unica con tre cappelle terminali) unitamente alla presenza di alcune caratteristiche peculiari (tra le quali la scala di collegamento con la basilica inferiore) presenti sia nel disegno che nell'edificio reale.

La datazione del documento è avvenuta in due momenti, entrambi successivi alla realizzazione del disegno.

1. Il primo in occasione della catalogazione del XVIII secolo: "[...] tagliata nel mezzo con [...] la pianta di tutto il Convento e luogo dei Frati Minori di Arezzo. Disegnata da Frate Giovanni da Pistoia, Camarlengo. Assignanda probabiliter seculo XIV." Questa assegnazione si basa proprio sulla firma e sulla presunta collocazione storica dell'autore.

2. La seconda datazione è stata ad opera di Mario Salmi, in occasione dei primi studi sul complesso conventuale. L'attenzione del Salmi era soprattutto rivolta a valorizzare la Basilica inferiore in quegli anni adibita a garage. In particolare, il Salmi, osservando la navata della chiesa di San Francesco ad Arezzo, notando la presenza di due grandi archi posti sulle fiancate della chiesa, ipotizzò che questi fossero un accenno di un transetto mai realizzato. Non trovando traccia di que-

sto transetto nel disegno della chiesa, così come riportato sulla pergamena, dedusse che il disegno in questione fosse un rilievo della chiesa in costruzione (una volta abbandonata l'idea del transetto) e il progetto del convento, e che la datazione della pergamena potesse essere confermata nei primi secoli del XIV secolo.

Gli studi rivolti esclusivamente alla pergamena sono pochi, tra questi è degno di nota quello della Borgherini, già più volte citato, che dedica una scheda proprio a questo disegno, in un suo libro sul disegno trecentesco (BORGHERINI 2001). Rimandando a quest'ultimo per una descrizione puntuale delle caratteristiche del manufatto, nel presente testo vengono sintetizzate solo alcune caratteristiche utili per le successive analisi:

I muri costituiscono l'informazione maggiormente rappresentata. Misurando attentamente il disegno si nota che questi, esclusi quelli della chiesa, hanno tutti lo stesso spessore. Lo spessore, come si vedrà in seguito, corrisponde ad un'unità del disegno.

La planimetria è sufficientemente quotata e permette un ridisegno del complesso conventuale privo di lacune. Le quote sono scritte in numeri romani e premettono alla cifra l'unità di misura abbreviandola in b

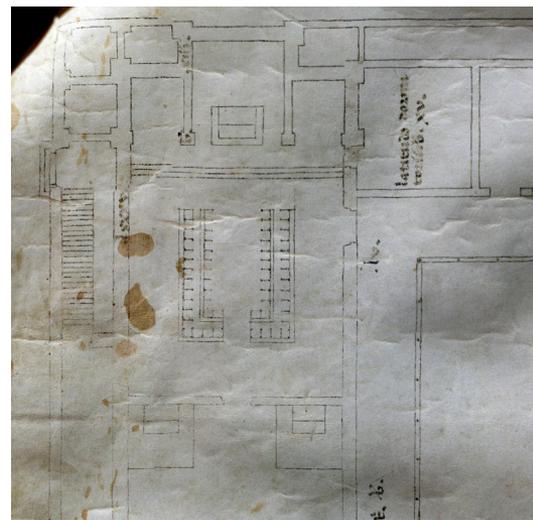


Figura 1: Fotografia di una porzione della pergamena di San Francesco ad Arezzo

La natura generativa dell'unità di misura nel processo creativo medioevale

puntato e segnato, come in uso nel carattere gotico per indicare l'abbreviazione (STEFFENS 1910). Sussistono due grafie differenti: alcune antepongono alla quota vera e propria la dicitura *latitudo* o *longitudo*. Tra queste, una sola² (Fig. 2) riporta per esteso l'unità di misura *brachia* (braccia). Con la stessa grafia, inoltre, sono segnate le destinazioni d'uso degli ambienti; il secondo tipo di quote, invece, è caratterizzato da un tratto più fine e, oltre alla già citata *b* segnata, le quote riportano solo la misura.

Alcune parti del disegno che rappresentano il convento sono "grattate" e corrette. In corrispondenza di queste è sempre presente la seconda tipologia di grafia. Ciò, nella distinzione di due mani operanti nello stesso disegno, fa propendere l'autore verso una sequenza cronologica degli interventi sulla pergamena tale per cui, la prima mano è quella dell'autore della prima stesura, la seconda di un altro disegnatore che ha modificato il progetto ingrandendo il convento verso la città.

La presenza della quotatura ha permesso un ri-disegno completo (Fig. 3) dal quale è emersa una forte coerenza tra gli spazi rappresentati e le quote. Per la descrizione di questo si rimanda agli studi già pubblicati.

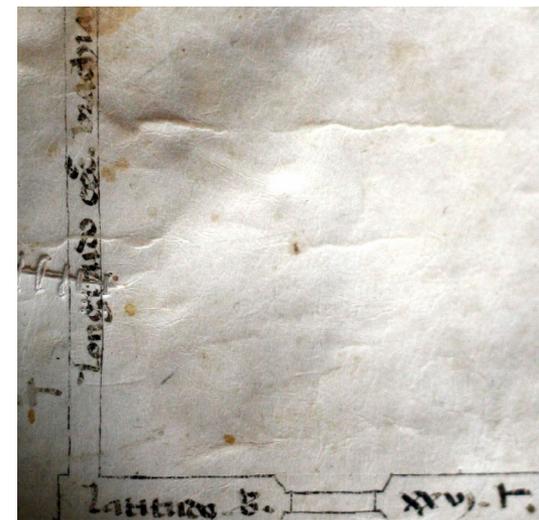


Figura 2: Particolare della pergamena. Da notare la quota scritta in verticale: Longitudo ecc.[lesiae] brachia

Il rilievo di San Francesco ad Arezzo

Contemporaneamente allo studio del disegno, si è proceduto al rilievo dell'intero complesso conventuale con l'esclusiva finalità di instaurare un confronto tra l'edificio realizzato e l'antico disegno. Il rilievo integrato (diretto, topografico e laserscanner) è stato realizzato in tre diverse campagne, in accordo con la Soprintendenza di Arezzo e con i Frati Minori ivi alloggiati, e ha riguardato tutta la basilica (superiore ed inferiore) e le porzioni del convento originario tuttora esistenti. In particolare:

- La sagrestia. Questa ha la stessa conformazione e collocazione in pianta di quella medioevale. L'originalità dello sviluppo planimetrico è confermata dalla presenza delle quattro imposte degli altrettanti costoloni che coprivano questo spazio.
- Il capitolo. Attualmente questo spazio è adibito a cappella feriale. Tuttavia nel corso dei restauri degli anni '90 è emerso il triforio che, tipicamente, separava questo spazio dal chiostro antistante.
- Il muro opposto al chiostro. Nel corso dei secoli il chiostro è andato completamente distrutto e lo spazio

occupato da questo è divenuto il resede dei palazzi ottocenteschi realizzati "sventrando" parte del convento. - Elementi dello spazio urbano circostante. Come accennato, l'antico convento, ha subito ingenti demolizioni a seguito degli sventramenti ottocenteschi realizzati per far spazio all'attuale via Guido Monaco e alla piazza antistante la chiesa. Andando ad analizzare il catasto Leopoldino, si ritrova la conformazione originaria del complesso conventuale. Da questa si deduce che il vecchio convento avesse almeno un chiostro grande e, forse, uno di dimensioni minori verso la città. Quest'ultimo, con gli edifici annessi, occupava l'attuale piazza di San Francesco, lasciando spazio ad una piccola via che proseguiva, verso la Badia dei Ss. Flora e Lucilla, nell'attuale via Cavour.

Il confronto tra i manufatti.

La ricerca delle caratteristiche proporzionali sia dell'edificio rappresentato nella pergamena che della chiesa di San Francesco ad Arezzo è stato il principale obiettivo dei più recenti studi su entrambi i manufatti. Questi studi, ben sintetizzati dalla Borgherini (BORGHERINI

2001), sono giunti alla comprensione di molti aspetti formali sia del disegno che dell'edificio, ma, pur avendo operato un confronto diretto tra i due manufatti, non sono giunti alla piena comprensione dell'unità di misura impiegata nella progettazione e nella costruzione, quantomeno coerenti con il territorio aretino.

Con la stessa finalità delle precedenti, anche questa ricerca ha cercato di individuare l'unità di misura di entrambi i manufatti (disegno e edificio) instaurando un confronto fra gli stessi. Questa volta, a differenza delle precedenti, l'analisi ha preso le mosse dalle porzioni del complesso conventuale originarie della prima fase rimaste integre (Fig.5).

In particolare, misurando la distanza di quel che rimane dei muri dell'antico chiostro si nota che questa è pari a 31,80 metri. Per la stessa distanza, sulla pergamena, è segnato il valore di 55 braccia. Dividendo per 55 si ottiene una misura prossima al braccio fiorentino, dividendo, a questo punto, 31,80 metri per il braccio fiorentino si ottiene che questa misura è pari a 54 braccia e mezzo³. La sagrestia e l'attuale cappella sono entrambe profonde circa 15 braccia fiorentine, come segnato, per questa quota, sulla pergamena.

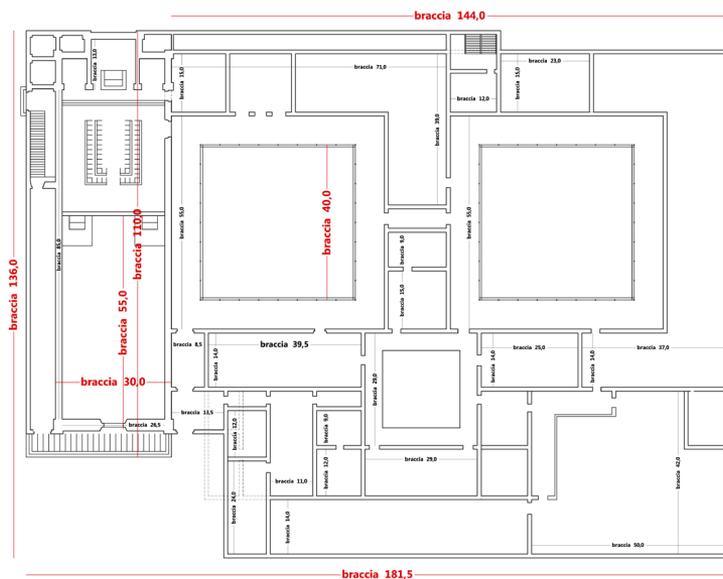
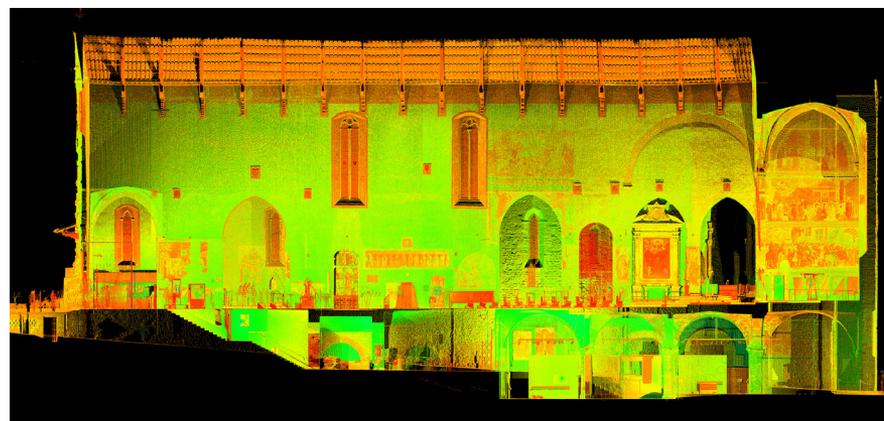


Figura 3 (a sinistra): Ridisegno della pergamena (in nero le quote segnate direttamente sulla pergamena; in rosso le quote dedotte dal disegno)

Figura 4 (a destra): Sezione longitudinale del modello pointcloud registrato della chiesa di San Francesco ad Arezzo (basilica superiore e basilica inferiore)



Per compiere un'analisi più dettagliata è stato sufficiente scalare la planimetria del rilievo del complesso in braccia fiorentine e sovrapporre a questa il ridisegno della pergamena. Questa sovrapposizione ha reso possibile alcune osservazioni:

- I muri, nell'edificio costruito, si discostano dal valore teorico dell'unità osservabile nella pergamena⁴. Questo incremento dello spessore del pieno murario è realizzato a discapito delle misure del vuoto (come nel caso sopra citato del chiostro ridotto di mezzo braccio a fronte di un aumento dello spessore murario adiacente pari alla stessa quantità. Questo comporta l'esistenza di una serie di "filii fissi" che riportano le misure complessive a quelle del disegno di progetto.

- Le direzioni dei muri assumono angoli differenti che si discostano dalla perfetta ortogonalità di quelli rappresentati nel progetto. In particolare, il muro di fondo della sagrestia e dell'ex-capitolo non è parallelo a quello del chiostro. Tuttavia, all'altezza del muro che divide i due ambienti del convento, si trova la misura di 15 braccia esatte.

- I muri perimetrali della chiesa rappresentata e di quella realizzata hanno lo stesso spessore pari a $1 + \frac{3}{4}$ braccia. In base alla precedente osservazione si deduce che la larghezza della chiesa realizzata a lordo dei muri rimane maggiorata di 3 braccia rispetto a quella rappresentata.

Analizzando la porzione nord del convento, così come rappresentata nella pergamena, si nota che questa è perfettamente allineata con via Cavour. Come citato nei precedenti paragrafi, e come osservato nel Catasto Leopoldino, il convento prima degli "sventramenti ottocenteschi" occupava gran parte dell'attuale piazza antistante la chiesa. Tuttavia, la strada lasciata libera dagli edifici è coerente con il progetto di convento così come disegnato sulla pergamena, scalato in braccia fiorentine.

Viceversa, se si sovrappone la pergamena, opportunamente scalata al fine di ottenere la larghezza della chiesa attuale, ovvero andando a supporre come unità di misura quella individuata dai precedenti studi⁵ (ASCANI 1997; BORGHERINI 2001), si può osservare che la dimensione del convento lo avrebbe portato a sovrapporsi abbondantemente agli edifici antistanti la piazza, alcuni dei quali medievali.

Tornando a scalare il rilievo in braccia fiorentine come ipotizzato all'inizio, si osserva che la chiesa realizzata ha

dimensioni più abbondanti di quella rappresentata nella pergamena. Questa osservazione è quella che discosta il presente studio da quelli che lo hanno preceduto. Infatti, la chiesa attuale è perfettamente misurabile in braccia fiorentine, ma la sua larghezza in prossimità della contro-facciata è pari a 29 braccia e mezzo, tre in più di quelle segnate sulla pergamena. Questo, oltre ad individuare il motivo per cui le precedenti ricerche non sono riuscite a giungere ad una unità di misura nota, muta la natura del disegno della pergamena, configurandolo come un progetto del complesso conventuale e della chiesa, realizzato in parte, e che nel tempo ha subito numerosi rimaneggiamenti.

Tra i disegni architettonici più antichi

Il complesso di San Francesco ad Arezzo fu la terza residenza dei frati minori ad Arezzo. Dopo un piccolo oratorio, di difficile collocazione storica e spaziale, i frati minori si insediaronο sicuramente nella località denominata Poggio del Sole, sita al confine sud della città murata medievale.

La data di costruzione dell'edificio attuale è incerta, ma sono due i documenti importanti per capire le vicende iniziali. Un documento del 1290 contiene l'invito, rivolto ai francescani dall'allora Consiglio Comunale, ad insediarsi *infra muros civitatis*, e un altro dello stesso anno che contiene la donazione della famiglia Cacciocconti di una *domus et casamenti positi [...] in populo abbacie S. Flore*⁶. (SALMI 1960, CENTAURO 1990) In base a questi documenti quasi tutta la critica riconosce nel 1290 l'inizio della costruzione dell'attuale complesso.

Ad ogni modo, dal confronto illustrato nel precedente paragrafo, dato che:

- la pergamena rappresenta il progetto di una chiesa più piccola di quella realizzata;
- la prima fase della costruzione dell'intero complesso ha riguardato prevalentemente la chiesa;
- il cantiere si è svolto senza grandi soluzioni di continuità (eccezion fatta per le cappelle terminali);
- la costruzione del complesso è iniziato nel 1290 circa;
- il disegno di progetto deve essere precedente all'inizio del cantiere;
- la datazione della redazione della pergamena deve essere anticipata a prima del 1290.

Questa osservazione sarebbe in linea con l'esistenza

nel territorio vicino dei più antichi complessi convenuali francescani con questa configurazione planimetrica. In particolare, il San Francesco di Cortona, edificato sui terreni di Frate Elia⁷, prima guida dell'Ordine dopo la morte del Santo fondatore, è riconosciuto essere il primo modello di chiesa a navata unica con tre cappelle terminali (SCHENKLUHN 2003)⁸.

LA COMPONENTE PROPORZIONALE DELL'UNITÀ DI MISURA NELLA COMPOSIZIONE DELL'ARCHITETTURA STORICA

Le proporzioni lineari

Chiarita l'unità di misura e inquadrato il periodo storico di riferimento del disegno, si può procedere alla ricerca di un plausibile proporzionamento dell'edificio rappresentato sulla pergamena.

I chiostrì quadrati, realizzati nel rapporto tra vuoto e pieno su modello di Villard de Honnecourt, (BORGHERINI 2001), sono contornati da locali disposti ad L aventi una profondità costante di 15 braccia. Questi locali, sommati al chiostro, descrivono un secondo quadrato di lato pari a 71 braccia al netto dei muri, 72 al lordo. A fugare ogni dubbio sulla genesi quadrata sono le quote indicate sul disegno. Infatti, lungo la direzione nord-sud il chiostro è lungo 55 braccia, alle quali si devono sommare le 15 della sagrestia e le due pareti ($55+15+2=72$), nell'altra direzione la quota segnata è quella dei dormitori posti al piano superiore ed è esplicitamente dichiarata pari a 71 braccia. Questo modulo quadrato, nel disegno, è ripetuto due volte a circoscrivere altrettanti chiostrì quadrati, portando la lunghezza complessiva del convento alla misura di 144 braccia.

Il braccio fiorentino, come è noto, presenta una doppia suddivisione. Può essere suddiviso in dodici oncie, ognuna delle quali divisa in 20 denari o direttamente in 20 soldi, a loro volta costituiti da 12 denari. In ogni caso il braccio è diviso in 240 denari. La pertica, l'unità superiore, è formata da 5 braccia.

La pergamena permette, caso raro per l'architettura medievale, di ergere un confronto tra disegno di progetto ed edificio costruito, fino alla comprensione della scala grafica adoperata.

I precedenti studi, unanimemente, confrontando le quote della pergamena con la chiesa costruita, sono giunti ad una scala di 1:300 circa. Per procedere all'in-

dividuazione della scala, operazione difficile per una pergamena di sette secoli, è stata selezionata un'area del disegno in cui il ritiro del supporto fosse minimo. Così si è misurata la profondità dei due chiostri quotati in 55 braccia. Questa misura in un chiostro è pari a 11,9 cm e nell'altro a 12 cm esatti. Procedendo per esclusione, poiché la pergamena si è sicuramente ritirata e non il contrario, si può affermare che la scala più grande individuata è di 1:266 braccia. Gli studi effettuati sui disegni trecenteschi hanno evidenziato che, per l'individuazione corretta della scala, è necessario un confronto con lo scalimetro utilizzato dal disegnatore in quel periodo (BARTOLI 2007). Quello basato sul braccio fiorentino era suddiviso in 240 denari. La scala più plausibile, quindi, sarebbe proprio quella di 1:240, nella quale 10 denari sono uguali a 10 braccia, ma questa è da escludere per l'osservazione precedente sul ritiro della pergamena. A questo punto rimangono le scale nelle quali 8 denari o 9 denari sono uguali a 10 braccia. La prima crea un rapporto di scala pari a 1:300, l'altra ad 1:266,6 periodico. Quest'ultima coinciderebbe perfettamente con le misure prese e sarebbe molto vicina alle altre presenti sul disegno. Come analizza-

to, il disegno è ben descrivibile mediante un modulo di 5 braccia di lato, che in questa scala coinciderebbe con una griglia di lato pari a 4,5 denari (1 cm circa). In questo modo il chiostro di 55 braccia potrebbe essere disegnato con 49,5 denari e la lunghezza della chiesa di 110 braccia con 99 denari.

Le proporzioni superficiali

Come studiato minuziosamente dalla Bartoli, l'unità di superficie del braccio fiorentino è lo staioro pari a 1650 braccia quadre. Questa può essere suddivisa alternativamente in 12 pugnora o in 66 pertiche. Una pertica è formata da un quadrato di 25 braccia. Gli staiori possono essere composti insieme in numero di 24 a formare il modioro. Così come descritto, lo staioro fiorentino può essere diviso in 3, in 4, in 5, in 11 e in 12. Come sottolineato nel paragrafo precedente, si può osservare che il chiostro disegnato sulla pergamena di Arezzo, è profondo 55 braccia e la chiesa (compreso il sagrato, ben disegnato) è lunga il doppio: 110 braccia. La larghezza della chiesa è quotata al netto dei muri laterali, ma a lordo di questi si può constatare che questa

La natura generativa dell'unità di misura nel processo creativo medioevale

misura precisamente 30 braccia. Il cimitero posto a est della chiesa, e preceduto anch'esso dal sagrato, equivale ad una striscia larga 7,5 braccia (1/4 della larghezza della chiesa). La superficie di questa ultima striscia è pari a 825 braccia quadre; mezzo staioro fiorentino. A questo punto è evidente che la chiesa essendo larga 4 volte il cimitero, copre una superficie di 2 staiora. Al netto del sagrato la misura è pari a $37,5 \times 102 = 3825$ braccia quadre.

A questa misura è possibile sommare quella del convento. Questo, come precedentemente descritto, è riportato in due versioni. La larghezza rimane la stessa, ma seguendo le parti "grattate" sulla pergamena, la prima versione del complesso risulta più corta di 15 braccia. In questa il convento è profondo 116 braccia. La sezione aurea di 72 è esattamente 116,5. Questo appare evidente anche dall'appartenenza del numero 144 alla serie di Fibonacci seguito dal numero 233. Per calcolare l'area approssimativa del convento è sufficiente moltiplicare 144 per 233 e dividere per due. L'area così calcolata equivale a 16776 braccia quadre. Calcolando l'area, invece, ipotizzando la lunghezza di 116, come da disegno questa è pari a 16704. Sommando l'area del

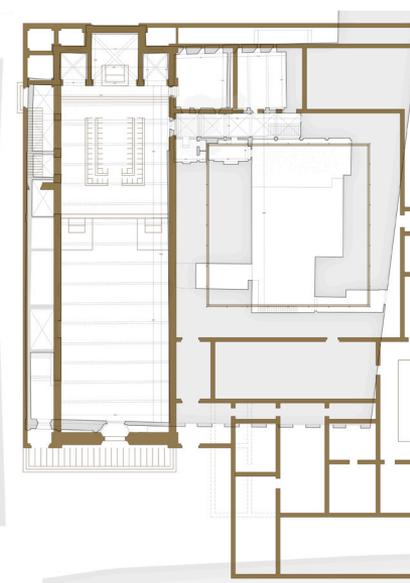
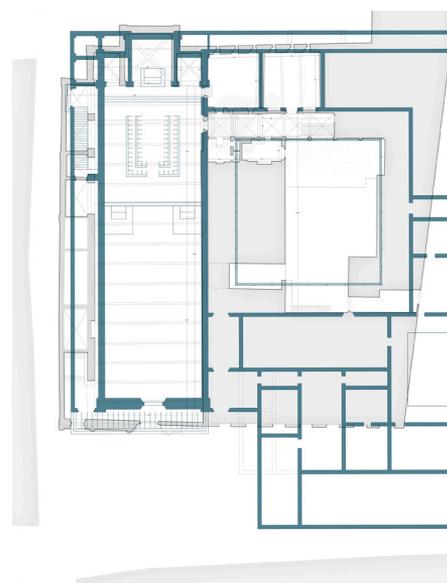
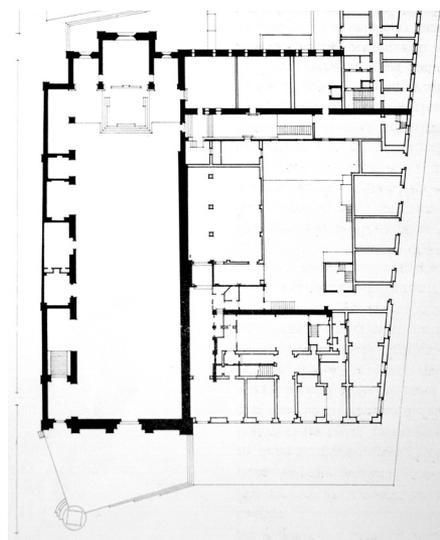


Figura 5 (a sinistra): Planimetria del complesso con evidenziati i muri originali del convento (CENTAURO 1990)

Figura 6 (al centro): Sovrapposizione del ridisegno della pergamena (in verde) al rilievo del complesso scalato in braccia fiorentine.

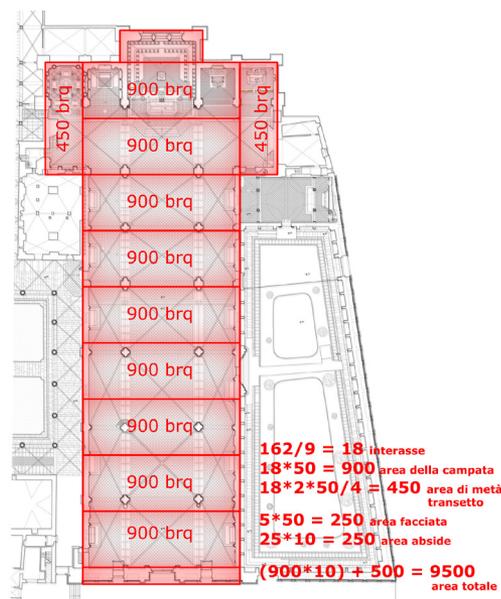
Figura 6b (a destra): Sovrapposizione del ridisegno della pergamena (in marrone) al rilievo del complesso scalato utilizzando l'unità di misura di Borgherini pari a 64 cm circa (BORGHERINI 2001)

convento con quella della chiesa compreso il sagrato, questa è pari a 20.901 braccia quadre (poco più di un quadrato di lato pari a 144,5 braccia)

Il processo creativo dei complessi conventuali

Analizzando la chiesa di Santa Maria Novella, la cui costruzione era in fase avanzata alla data⁹ del disegno di San Francesco ad Arezzo, si può osservare che questa ha le medesime proporzioni della chiesa rappresentata sulla pergamena.

La chiesa domenicana è composta per la sua lunghezza da 9 moduli profondi 18 e larghi 50 braccia. Ogni modulo copre un'area pari a 900 braccia. Il transetto accresce la larghezza della chiesa di 25 braccia. Poiché questo è profondo due moduli da 18, la porzione del transetto che eccede la navata copre la superficie di un ulteriore modulo. La superficie della porzione di abside che eccede il transetto è pari a 250 braccia, esattamente quanto la facciata larga 50 braccia e profonda 5. Il calcolo dell'area complessiva della chiesa è presto fatto: $(10 * 900) + 500 = 9500$ braccia quadre. La serie di operazioni fin qui descritte possono essere



riassunte da una semplice equazione matematica:

$$A = (10i * l) + [2 * (f * l)]$$

$$A = l (10i + 2f)$$

dove A è l'area della chiesa; i l'interasse della campata teorica; l la larghezza della navata

Al netto delle murature, la singola campata è larga 46 braccia. Moltiplicando questa misura per l'interasse delle colonne si ottiene la misura di 828 braccia quadre, pari a circa metà dello staioro. Poiché il corpo longitudinale, escluse le cappelle terminali è lungo 147,5 braccia, la misura di questa porzione della chiesa copre una superficie pari a 6785 braccia quadre. Le cappelle minori coprono un'area pari a 128 braccia quadre, quella maggiore (l'abside) 451 braccia quadre. L'intera "striscia" delle cappelle copre un'area pari a 963 braccia quadre. Il totale della superficie al netto delle murature, aggiungendo 500 braccia del transetto, è pari a $6785 = 8248$ braccia quadre: 5 staiora con uno scarto di due braccia quadre.

La chiesa disegnata sulla pergamena aretina ha le stesse proporzioni del capolavoro fiorentino. La navata, esclusa l'abside, comprese le cappelle, è lunga 97 braccia. Se a questa misura si sottrae la facciata e si

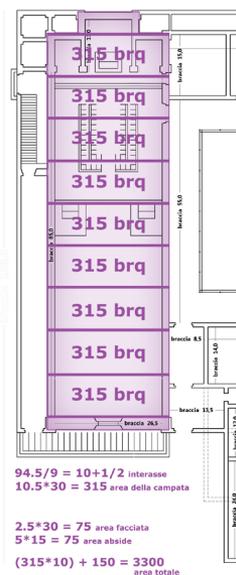


Figura 7 (a sinistra): Pianta di Santa Maria Novella con sovrapposto lo schema compositivo della chiesa

Figura 8 (a destra): Pergamena di Arezzo con sovrapposto lo schema compositivo della chiesa

divide per 9 si ottiene l'interasse fittizio di 10,5 braccia. L'area di ogni campata coperta da questo interasse sarebbe uguale a 315 braccia. La porzione eccedente l'abside è uguale a $5 * 15 = 75$ che a sua volta è uguale all'area coperta dalla facciata profonda 2,5 braccia e larga 30 braccia. L'area della chiesa totale, escluso il cimitero a est, è pari a $(315 * 9) + 150 = 2985$ braccia quadre.

Utilizzando l'equazione individuata in precedenza, teorizzando perciò la presenza di un transetto come in Santa Maria Novella, l'area della chiesa rappresentata sulla pergamena sarebbe stata pari a

$$A = 30 * [(10 * 10,5) + (2 * 2,5)] = 30 * [105 + 5]$$

$$A = 30 * 110 = 3300 \text{ piedi quadri} = 2 \text{ staiora}$$

Al netto della muratura la stessa chiesa è lunga $94 + 1/2 - 10 = 84$ braccia e mezzo che moltiplicate per la larghezza segnata sul disegno coprono un'area pari a 2240 braccia quadre circa. Se a questa si aggiungono l'area di $52 * 2 = 104$ braccia quadre delle cappelle piccole e quella dell'abside pari a 151 braccia quadre, si ottiene una superficie netta di 2495 braccia quadre.

Per analizzare la chiesa costruita di San Francesco ad Arezzo, si possono utilizzare gli stessi parametri. In questa la lunghezza totale esclusa la facciata è di 102 braccia. Se si divide per 9 si ottiene il valore dell'interasse teorico, pari a $11 + 1/3$ di braccio. La facciata, misurabile nella porzione realizzata è profonda $2 + 5/6$ di braccio e copre un'area pari a $93 + 1/2$ braccia quadre. La porzione di abside eccedente il profilo della chiesa è profonda $5 + 2/3$ braccia che moltiplicate per 16 braccia e mezzo, metà della larghezza complessiva della chiesa, assegnano a questa zona la stessa area pari a $93 + 1/2$ braccia quadre.

Da questa analisi è evidente la possibilità di utilizzare l'equazione individuata in precedenza, dalla quale risulta un'area teorica di una chiesa con il transetto:

$$A = 33 * [(10 * 11,34) + (2 * 2,834)]$$

$$A = 33 * [113,34 + 5,67]$$

$$A = 33 * 119 = 3927 \text{ braccia quadre}$$

a fronte di un'area reale - esclusa la striscia dell'ex-cimitero - pari a 3553 braccia quadre.

Al netto delle murature, la lunghezza totale della chiesa, escluse le cappelle terminali profonde 10,5, è di 91,5. Se si moltiplica questa lunghezza per la larghezza di 29,5 braccia si ottiene un'area pari a 2700 braccia quadre (2699,25). Le cappelle terminali piccole coprono un'area di $59 + 1/2$ braccia quadre ciascuna. Se a

questa misura si aggiunge l'area della Cappella Bacci, la superficie totale delle cappelle è pari a 301 braccia quadre. La somma totale dell'area coperta al netto delle murature è esattamente di 3000 braccia quadre. Come si evince dal paragrafo precedente la superficie totale che vuole essere coperta con il complesso conventuale approssima di poco la misura di $144^2 = 20736$. Questo procedimento volto ad ottenere, a partire da un quadrato, un rettangolo avente la stessa superficie e con i lati in proporzione nota, è stata già descritto nella descrizione del progetto dell'abbazia di San Gallo studiato dalla Bartoli (BARTOLI 2009)

Nella pianta del convento francescano le misure sono le stesse, ma analizzando il procedimento di suddivisione si nota che queste sono utilizzate per creare superfici non uguali ma in proporzione aurea fra di loro. In particolare è facile notare che l'area del solo convento (esclusa la chiesa) è pari a

$$144 * 233 / 2 = 16776 = 144 * (144 * \phi) / 2 = 144^2 / 2 * \phi = x^2 / 2 * \phi$$

quindi alla sezione aurea della metà dell'area iniziale. Andando a calcolare la quantità restante di superficie, questa equivale a

$$x^2 - x^2(1/2 * \phi) = x^2 (1 - \phi/2) = x^2 (2 - \phi)/2$$

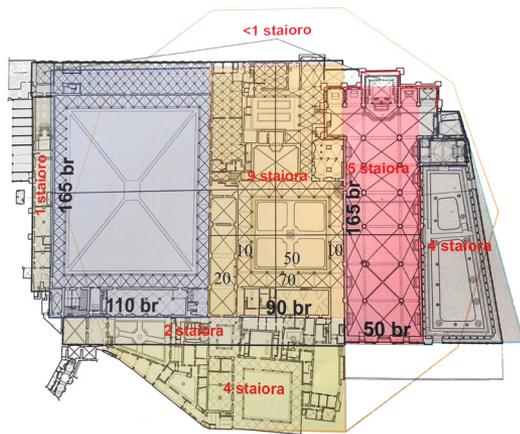


Figura 9: Convento di Santa Maria Novella con sovrapposto lo schema compositivo (BARTOLI 2009)

<http://disegnarecon.univaq.it>

Ormai è noto che $2 - \phi = \phi - 2$ da cui deriva che la superficie restante del primo calcolo sarebbe risultata uguale a

$$Sr = x^2/2 \phi - 2 = (x^2/2) \phi^2 \text{ dove } \phi = 1/\phi$$

Esaminando geometricamente il problema, utilizzando un approccio simile a quello usato da Fibonacci nelle dimostrazioni del *liber quadratorum*, è possibile ripercorrere le equazioni fin qui elencate attraverso questi passaggi:

1. Si disegna un quadrato di lato 144. Questo equivale alla superficie totale del complesso.
2. Si divide verticalmente a metà questo quadrato con il segmento EF.
3. Si costruisce un quadrato di lato AE (AE= AB/2 = 72) e si ricava la sezione aurea di questo. Senza dover fare molti calcoli è evidente che AE = AB/2 quindi $\phi AE = \phi AB/2 = 233/2 = 116,5$
4. L'area del rettangolo ABGH è pari a $x^2 / 2 * \phi = 144^2 / 2 * \phi = 16776$
5. L'area restante avrà a questo punto un lato pari a 144 e l'altro pari a $144 - 116,5 = 27,5$ (metà di 55).
6. Costruendo un quadrato di lato pari a questa ultima misura e ottenendo la sezione aurea di questo si osserva che questa è pari a 44,5 (metà di 89)
7. Ripetendo di nuovo la stessa operazione su questo nuovo lato si ottiene 72 (metà di 144). E' evidente che

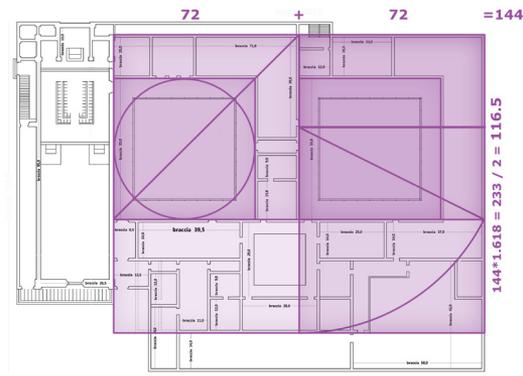


Figura 10: Pergamena di Arezzo con sovrapposto lo schema compositivo del convento

La natura generativa dell'unità di misura nel processo creativo medioevale

la ripetizione geometrica di questa operazione consiste in moltiplicare 27,5 per ϕ^2 . Date queste operazioni è facile dimostrare che l'area restante è pari a

$$144 * [144 / (2 * \phi^2)] = (144^2 / 2) * \phi^2 = x^2 / 2 * \phi^2$$

Volendo trovare un altro rettangolo che permetta di coprire questa superficie è possibile calcolarlo

$$(144 * 144) / 2 * \phi^2 = (144 / 4) * (144 * 2) * \phi^2 =$$

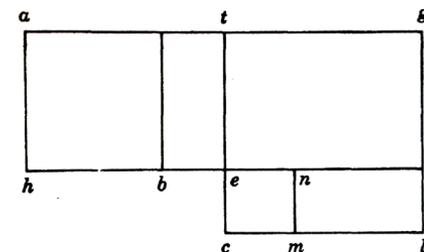


Figura 11: Esercizio di al-Khwārizmī (780 -850 d.C. circa) riproposto da Fibonacci. Per risolvere l'equazione $x^2 + 21 = 10x$, l'autore traccia il quadrato ab per rappresentare x^2 e il rettangolo bg per rappresentare 21 unità. Il grande rettangolo, comprendente il quadrato e il rettangolo bg, deve allora avere un'area uguale a 10x.

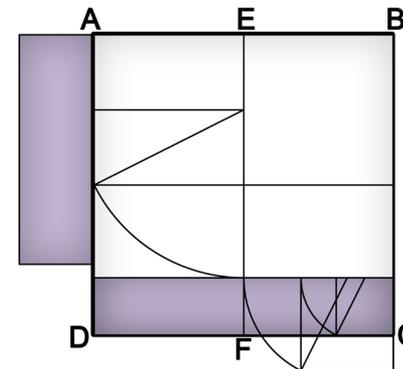


Figura 12: Schema compositivo del convento della pergamena di Arezzo

$$36 * 288 * \phi^2 = 36 * 110$$

Queste proporzioni sono simili alle dimensioni della chiesa rappresentata.

La pianta del convento di Santa Maria Novella a Firenze è stata già ampiamente studiata dalla Bartoli (BARTOLI 2007). Da questo studio emerge come il convento formato dai due chiostrini principali abbia la genesi di un rettangolo avente i lati rispettivamente di 200 braccia di larghezza e 165 di profondità. Queste misure lineari, come è evidente, creano un'area pari a venti staiora.

Il rapporto tra queste lunghezze è quindi la metà di 1,65 invece della metà della sezione aurea 1,62 utilizzato nel convento aretino.

CONCLUSIONI: LA NATURA GENERATIVA DELL'UNITÀ DI MISURA

In questo studio, procedendo a ritroso dall'oggetto al progetto e dal progetto alle intenzioni progettuali, si è potuta colmare la distanza che separa il nostro linguaggio architettonico da quello medievale. In questo percorso, è stato evidenziato il ruolo fondamentale ricoperto dall'unità di misura nella composizione architettonica. La profonda comprensione di questa, ha mostrato un doppio valore:

1. Un valore assoluto. L'unità di misura definisce le regole di interazione assolute con le quali l'insieme dei segni grafici produce significato architettonico. Secondo questo principio, senza l'unità di misura il disegno non si traduce in forme architettoniche reali. La comprensione di questo valore permette a ritroso, la traduzione dell'architettura costruita in disegno dell'architettura.

2. Il valore proporzionale. L'unità di misura definisce le regole di aggregazione attraverso le quali l'alfabeto delle geometrie basilari diviene disegno architettonico. Secondo questo principio, senza misura le forme geometriche non interagirebbero fino a creare un disegno architettonico. Questo valore permette, a ritroso, la comprensione della genesi geometrica che sottostà al disegno dell'architettura.

Attraverso questa doppia natura l'unità di misura permea tutto il processo creativo medievale, garantendone la coerenza interna e divenendo una delle fonti principali di regole generative del linguaggio architettonico.

NOTE

[1] [forma?] totius loci conventus fratrum minorum de Aretio ... [ecc] lesia est designata per fratrem Johanne[m] de Pistorio magistrum cementarium. (CENTAURO 1990)

[2] Questa quota si trova all'interno della parete laterale della chiesa verso il cimitero.

[3] Che si trattasse di braccia è evidente dalle quote segnate nella pergamena stessa. L'unità di misura è riportata come braccia. Per la lettura di tutte le scritte e i numeri, e per un'analisi della pergamena, si rimanda allo studio più aggiornato e completo della Borgherini (BORGHERINI 2001).

[4] Questa osservazione coincide con i dati osservati in altre esperienze di rilievo dell'architettura basso medievale. In queste è molto raro trovare spessori murari costanti pari ad un'unità. Spesso si trovano, invece, spessori maggiori dell'unità di frazioni dell'unità stessa.

[5] Quasi tutti gli studi precedenti hanno cercato l'unità di misura confrontando il disegno, considerato un rilievo della chiesa in costruzione, con la chiesa attuale. In particolare Ascani ha ipotizzato un'unità di 64,8cm (ASCANI 1997), la Borgherini, di 64 cm circa (BORGHERINI 2001). Entrambi non hanno trovato un'unità confrontabile con quelle locali.

[6] Lumini e Salmi (SALMI 1960), in occasione della pubblicazione del primo rilievo della Basilica di San Francesco, fecero uno studio approfondito sulla porzione inferiore della chiesa. In questa occasione formularono l'ipotesi che in questa fossero celate le tracce dell'antica domus dei Cacciaco[n]ti oggetto della donazione.

[7] La figura di Frate Elia è molto controversa. Prediletto seguace di San Francesco, appena dopo essere stato nominato alla guida dall'Ordine, a causa de l'assidua frequentazione della corte dell'imperatore Federico II fu presto scomunicato. Era dotato di notevoli doti diplomatiche e la leggenda assegna allo stesso la capacità di architetto, attribuendogli la progettazione della grande basilica di San Francesco di Assisi e della chiesa sopra citata di Cortona. A Cortona forse si stabilisce proprio su invito di Federico II che in questa zona tra Toscana e Umbria soggiornò per alcuni anni.

[8] In questo senso è interessante notare come le misure di quest'ultima chiesa, osservate da un rilievo pubblicato da Tafi (TAFI 1989), siano coerenti con quelle della pergamena. In questa pianta la chiesa è larga circa 15,5 metri (26,5 braccia coincidono con 15,465 metri)

[9] Secondo la ridatazione a prima del 1290, effettuata dallo scrivente

BIBLIOGRAFIA

Ascani, Valerio (1997), *Il trecento disegnato. Le basi progettuali dell'architettura gotica in Italia*, Viella, Roma.

Bartoli, Maria Teresa (1997), *Le ragioni geometriche del segno architettonico*, Alinea Editrice, Firenze.

Bartoli, Maria Teresa (1998), *Il modulo progettuale di Orsanmichele a Firenze*, in *Disegnare idee immagini*, 16, 1998

Bartoli, Maria Teresa (2007), *Musso e non quadro. La strana figura di Palazzo Vecchio dal suo rilievo*, Edifir, Firenze.

Bartoli, Maria Teresa (2009), *Santa Maria Novella a Firenze, Algoritmi della scolastica per l'architettura*, Edifir, Firenze.

Borgherini, Malvina (2001), *Disegno e progetto nel cantiere medievale. Esempi toscani del XIV secolo*, Marsilio, Venezia.

Boyer, Carl B (2010), *Storia della matematica*, Oscar Mondadori, Milano

Centauro, Giuseppe (1990), *Dipinti murali di Piero della Francesca. La Basilica di San Francesco: indagini su sette secoli*, Electa, Milano.

Centauro, Giuseppe (1993), a cura di, *Piero della Francesca ad Arezzo: atti del Convegno Internazionale di Studi. Arezzo, 7-10 marzo 1990*, Marsilio, Venezia.

Cherubini, Giovanni, Franceschi, Franco, Barlucchi, Andrea & Firpo, Giulio (2012), *Arezzo nel Medioevo*, Bretschneider Editore, Roma

Franchetti Pardo, Vittorio (1986) *Arezzo*, Laterza, Bari, 1986

Giannetti, Stefano (2011), *La chiesa basso-medievale*, in Bartoli, M. T., *Dal gotico oltre la maniera. Gli architetti di Ognissanti a Firenze*, Edifir, Firenze.

Giannetti, Stefano (2012), in Bertocci Stefano e Parrinello Sandro, a cura di, *Architettura Eremitica Sistemi Progettuali e Paesaggi Culturali: atti del terzo Convegno Internazionale di Studi, Camaldoli 21-23 settembre 2012*, Edifir, Firenze

Panofsky, Erwin (1951), *Architettura gotica e filosofia scolastica*, Abscondita, Milan

Salmi, Mario (1951), *San Domenico e San Francesco di Arezzo*, Del Turco, Roma

Salmi, Mario (1960) Lumini, Umberto, *La chiesa inferiore di San Francesco di Arezzo*, De Luca editore, Roma.

Schenkluhn, Wolfgang (2003), *Architettura degli Ordini Mendicanti. Lo stile architettonico dei domenicani e dei francescani in Europa*, EFR, Milano.

Steffens, Franz (1910) *Paléographie latine*, Trèves, Paris.