

Descriptive Geometry: A Question of 'Form'

What future for Descriptive Geometry? This question is the starting point for a reflection on the role of this discipline in contemporary research and education, focusing on one of its founding objectives: the study of the geometric properties of figures and their implications in the genesis of designed form. Starting from its mon-gian origins, the discipline is reinterpreted not as a science of representation, but as a science of form, in which the speculative dimension and design application are interwoven through the heuristic value of drawing.

The analysis is grounded in several invariants - the centrality of form, the relationship between geometry and construction, and the cognitive role of representation - which run through the discipline's historical transformations while preserving its relevance. The main recent transformations that have redefined tools and fields of operation are then examined, ranging

from the constructive-topological revolution of the twentieth century to the digital turn, up to the current opening towards artificial intelligence.

These transformations have led to a progressive fragmentation of knowledge, outlining a "grey zone" in which Descriptive Geometry appears to be losing its role, becoming articulated into autonomous disciplinary fields. In this context, the need emerges to recompose these competences within a shared theoretical framework that recognises research on form - and its pedagogical implications - as its privileged field of inquiry, recovering the historical roots of the discipline and reaffirming its role in relation to generative design processes.



Leonardo Baglioni
Architect and PhD, he is Associate Professor (CEAR-10/A) at Sapienza University of Rome, where he teaches Drawing and Descriptive Geometry. His research focuses on descriptive geometry, renewal of representation processes, digital methods for form analysis and history of perspective. He has authored numerous publications and coordinated research projects in these fields.



Marta Salvatore
Architect and PhD, she is Associate Professor (CEAR-10/A) at Sapienza University of Rome, where she teaches Descriptive Geometry. Her research focuses on descriptive geometry, its theoretical foundations and applications, with particular attention to their historical development and innovative potential. She is the author of numerous publications and has coordinated several research projects in these fields.

Keywords:
Descriptive Geometry; Constructive Geometry;
Architectural Geometry; form; topology

THE REASON OF FORM

Orthographic projections, axonometry, perspective, and, for some, topographic projections, constitute the core of teaching in Descriptive Geometry. This idea is reflected in the memories of many who, like us, studied this subject in the 1990s in faculties of architecture or engineering and engaged with graphic representation as a tool for design description. However, this view only partially reflects the aims of Descriptive Geometry and reduces its scope, depriving this discipline of part of its founding objectives.

Since its scientific formulation within the school of Gaspard Monge at the end of the eighteenth century, Descriptive Geometry has established two objectives: to communicate form through graphic representation, and to employ drawing - particularly the synthetic method - to investigate the geometric properties of figures (Monge 1798, p. 2). During our doctoral studies in the early 2000s, while reflecting on these objectives, we found it difficult to grasp Monge's idea of a journey "from the known to the unknown", undertaken through the exploration of "figurative extension" via drawing. Convinced of the cognitive capacity of representation, we were led to think that, through drawing, what was 'unknown' would become 'known', rather than the reverse. However, a careful reading of the passage reveals that the intention pursues precisely the opposite direction, and this is perhaps the most fascinating aspect of our discipline. The revolutionary idea underlying Monge's work views drawing as a cognitive capacity capable of exploring known geometries of form in order to derive previously unknown properties.

But why, in Monge's time, during a period marked by the analytical description of form, was there a perceived need to introduce a "new" discipline? Rigorous mathematical descriptions were of limited effectiveness when the geometric properties of figures had direct implications in the generative morphological processes of design. To engage with designed form, geometry could not rely on the mathematical abstraction of calculus but required visual languages found in drawing, a tool capable

of integrating morphological, performative, and aesthetic characteristics. In this sense, Descriptive Geometry can be regarded as the science of engineers and architects, or more broadly, of all those who work with form in design.

The reflections that follow, which highlight the invariant characteristics of Descriptive Geometry through its fundamental transformations over the relatively recent past, are intended to contribute to the ongoing debate concerning the future of this discipline and the scientific and educational role it has assumed - and continues to assume - in the processes of form generation within the fields of Architecture and Design.

The premise underlying these reflections is that such invariants should be regarded not merely as a historical interpretative key to the discipline, but also as a critical instrument capable of guiding its future development. At a time marked by profound and rapid technological change, when reliable predictions are increasingly difficult to make, it is nevertheless possible to identify a vantage point from which the effects of these transformations may be observed and assessed.

INVARIANTS AND TRANSFORMATIONS

Observing our discipline in its historical trajectory, it becomes clear that its disciplinary core is not constituted solely by the graphic methods of representation, but predominantly by the study of the geometric properties of figures. It also becomes clear that graphic representation functions both as a cognitive tool through which spatial configurations can be explored, and as a language - the only one - through which they can be communicated. From this perspective, Descriptive Geometry appears as a 'science of morphology', capable of operating through a register that is both speculative and constructive, oriented towards the control of form in that space which nineteenth-century French geometers defined as *étendue figurée* [1].

This dual intent clearly appears in the years of Monge's codification of the discipline at the end of the eighteenth century, when Europe, and France in particular, was undergoing profound social and

technological change. The Industrial Revolution demanded increasingly effective and flexible tools for the design of machine components. At the same time, the social transformation following the fall of the monarchy called for the training of a new class of engineers who were, to some extent, tasked with "redesigning" the country. Against this backdrop of profound transformations, our discipline emerged, elevating a body of geometric knowledge - long supporting construction in the applied arts throughout human history - to the status of a speculative science, and finding in the work of the French engineer its theoretical formulation [2].

Oriented towards the training of future designers, Monge's geometry addressed two pressing needs: to define accurate and effective graphic methods for representing products - in particular, mechanical components and infrastructures - and to control their morphological complexity to ensure their production. Orthogonal projections, skilfully practised for several centuries at the time of Monge, but which nonetheless made him famous, responded excellently to the first need. But the more innovative aspects of this geometry concerned the response to the second question, which was addressed through the study, using the synthetic method of the theory of lines and surfaces. To understand this approach, in some respects unprecedented, it must be recalled that Monge was a mathematician and that, as such, he promoted Descriptive Geometry as an applied mathematical discipline:

«Ce n'est pas sans objet que nous comparons ici la géométrie descriptive à l'algèbre; ces deux sciences ont les rapports les plus intimes. Il n'y a aucune construction de géométrie descriptive qui ne puisse être traduite en analyse; et lorsque les questions ne comportent pas plus de trois inconnues, chaque opération analytique peut être regardée comme l'écriture d'un spectacle en géométrie. Il seroit à désirer que ces deux sciences fussent cultivées ensemble: la géométrie descriptive porteroit dans les opérations analytiques les plus compliquées l'évidence qui est son caractère, et, à son tour, l'analyse porteroit dans la géométrie la

généralité qui lui est propre» [Monge 1798, p. 16]. In Monge's works and in those of the scholars of his school, as well as in the numerous manuals of Descriptive Geometry that followed throughout Europe until the early decades of the twentieth century, there was thus space for plane and skew curves, curved surfaces and surfaces of double curvature, novel classifications of surfaces such as ruled and developable surfaces, and classes of special curves, including the curvature lines introduced by Monge himself, all studied through a synthetic and constructive approach (Fig. 1). The years of the formulation of *Géométrie descriptive* thus marked a decisive shift in the study of form through the synthetic method and in its application to design. For the first time, lines and surfaces were explored through the language of drawing in their abstract and speculative dimension, entrusting applications with the experimental verification of their respective geometric properties (Hachette 1822, p. X).

We can say that this approach persisted until the early decades of the twentieth century. In this period, Descriptive Geometry was generally taught by mathematicians in schools of engineering and architecture. Its teaching was often guided by a spirit that, at least for some, was meant to be akin to that which had animated its scientific formulation, as can be seen from the introduction to the *Lezioni di geometria descrittiva* delivered at the beginning of the century by Federigo Enriques at the University of Bologna: «[bisogna] stringere sempre più saldamente i legami fra le Matematiche pure e applicate, e mostrare come i due indirizzi, il teorico ed il pratico, si distaccino da un tronco comune» (Enriquez 1925, p.VIII).

Re-reading today the founding objectives of the discipline, as stated in the preface to Monge's work, their remarkable relevance is striking. More than two centuries have passed, marked by profound technological and social changes, and we are still convinced that the geometric reasons of form continue to pose the same problems: controlling the morphology through geometry using a synthetic approach, and describing it through drawing. This

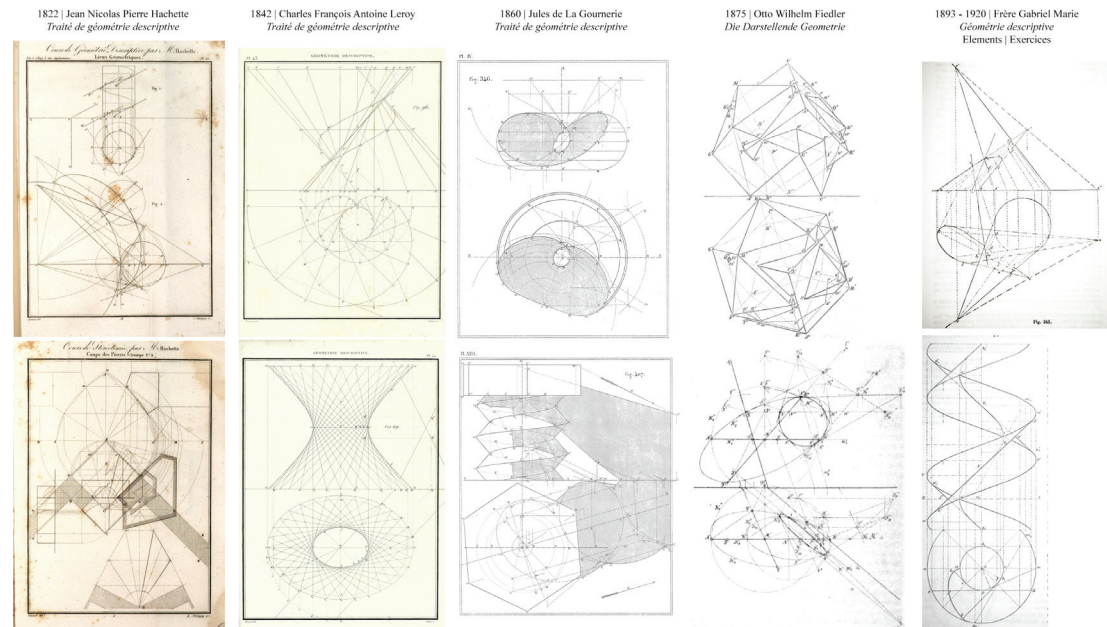


Fig. 1 - Curved surfaces, surfaces of double curvature, and polyhedra from nineteenth-century treatises on Descriptive Geometry by Jean-Nicolas-Pierre Hachette (1822), Charles-François-Antoine Leroy (1842), Jules de La Gournerie (1860), Otto Wilhelm Fiedler (1874), and Frère Gabriel-Marie (1920).

enduring validity leads us to identify a system of "invariants" that has guided the discipline's evolution, allowing it to renew itself in the face of major technological and social transformation. In this progressive renewal, the "journey from the known to the unknown" plays a pivotal role in revealing a principle of continuity in morphological experimentation through drawing, in the search for the unknown properties of figures. Equally invariant are the centrality of form as the primary object of study, the heuristic value of drawing, and, not least, the idea of "construction" as an "existential demonstration" of figures (Loria 1935, p. 77). But there is another invariant that we consider particularly significant, linking geometry and design: an idea of construction that goes beyond its

geometric meaning, positioning itself as a bridge between the speculative dimension of the discipline and its practical application, and finding expression in morphological experimentation in the fields of architecture and design.

This system of invariants has sustained Descriptive Geometry through its transformations, up to its most recent developments, enabling it to renew itself by updating its tools and its language in response to the technological and digital revolutions that have taken place and are still ongoing.

But let us return to the considerations set out at the beginning of our contribution, because if the reflections advanced so far appear convincing, we are led to ask why, at the end of the last century, the teaching of Descriptive Geometry seems to have lost one of its

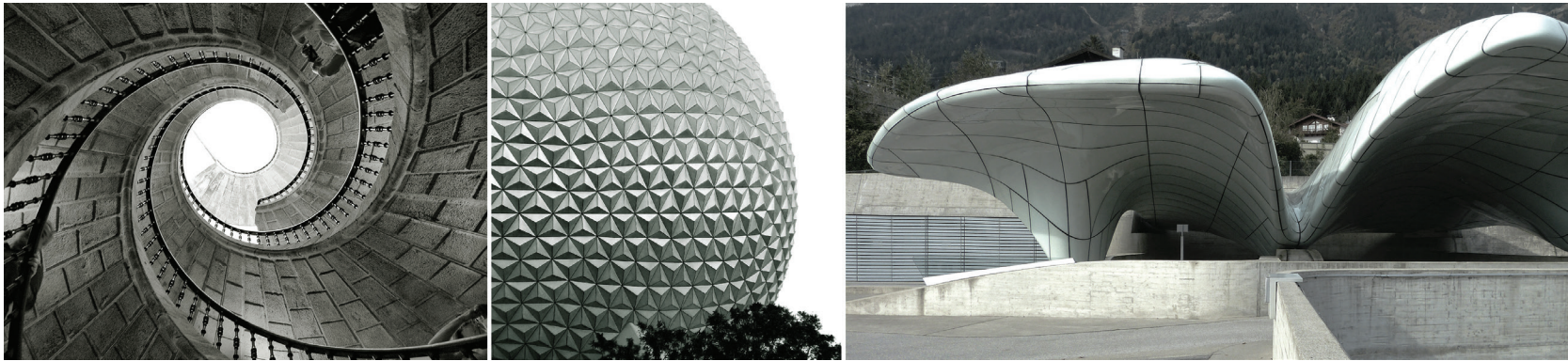


Fig. 2 - From left to right: Staircase of the Convent of Santo Domingo de Bonaval, Santiago de Compostela 17th - 18th century; Spaceship Earth, Wallace Floyd Design Group, Epcot Center Bay Lake, Florida, 1982; Löwenhaus Station, Zaha Hadid, Innsbruck 2007 (photos by J.L. Cernadas Iglesias, Andy Leonard, M. Mantel, source www.flickr.com).

foundational objectives, reducing its scope of interest to the teaching of representation methods.

In the introduction to *The Projective Cast*, published in the late 1990s, Robin Evans argues that architects do not produce geometry but consume it: «From the point of view of the architect seeking firmness and stability, the best geometry is surely a dead geometry [...] What I mean by a dead geometry is an aspect of geometry no longer under development from within» (Evans 1995, p. XXVI - XXVII). The “dead geometry” referred to by Evans provides certainty and, although less interesting, is easier to govern, since its behaviour is fixed and therefore predictable. This provocation offers an interesting starting point for reflecting on the role of geometry in architecture, which tends to be considered an already given and consolidated system rather than an active field of research. By contrast, “live geometry”, understood as capable of producing new spatial relationships, does not constitute an ordinary condition in design practice, but an exception located, today as in the past, within a specialized dimension. In this perspective, we can say that morphology has always been configured as a discipline for experts in the design field, and that it has drawn upon an equally exceptional repertoire of projects (Fig. 2).

Another question concerns the process of abstraction to which Descriptive Geometry was progressively reduced in the academic context during the early decades of the twentieth century (Sakarovich 1998, pp. 344–349). In 2001 Riccardo Migliari proposed a reconstruction of the recent history of the teaching of the discipline, highlighting several key figures in the Roman academic context. Among them stand out two exceptional mathematicians, Francesco Severi and Enrico Bompiani, who held divergent views on the teaching of Descriptive Geometry: the former, Severi, advocated a geometry oriented towards design (Fig. 3); the latter, Bompiani, equally erudite but more oriented towards mathematical abstraction (Migliari 2001). This tendency towards abstraction, promoted by numerous scholars throughout the twentieth century, effectively detached geometry from design. Representations became increasingly complex and so ambiguous as to be ineffective for the morphological control of architecture.

In this context, the relationship between geometry, representation, and design was effectively redefined. Architectural practice regarded geometry as a stable system, whereas Descriptive Geometry was oriented towards forms of abstraction that

progressively distanced it from the operative domain of design. To this we can add that, whereas geometry found its theoretical development within mathematics, architecture and, to some extent, engineering adopted its operative and partially simplified versions. In this scenario, the intermediate space in which Descriptive Geometry had historically operated, as a site of mediation between construction, representation, and knowledge, tended to dissolve. Deprived of its field of action, the discipline came to appear too technical for mathematics and too theoretical for design.

However, experimentation on form continued throughout the twentieth century without interruption. We have entitled this section “Invariants and transformations”, and the former have already been discussed. Turning to the latter, we may identify three main “revolutions” as the key historical and technological moments that have most significantly shaped the recent history of Descriptive Geometry (Fig. 4).

A first revolution, which we may define as “constructive”, began between the 1930s and 1950s with the introduction of new materials and new technologies. During this period, the way of understanding geometry applied to design was redefined, reconfiguring its instruments so as to open

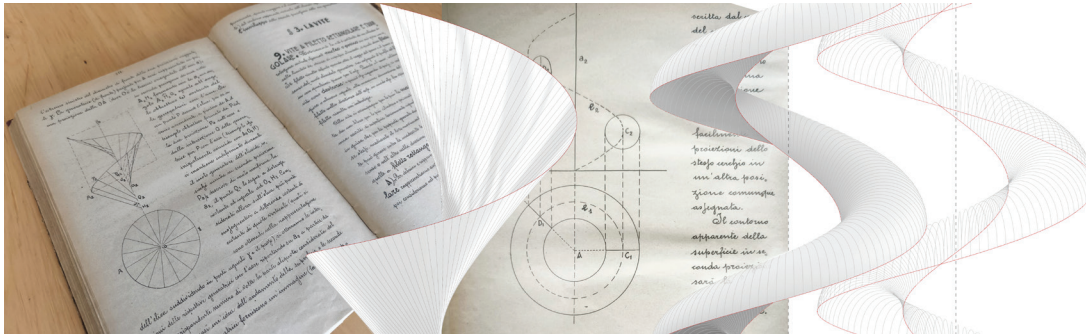


Fig. 3 - Models of helicoidal surfaces taken from *Applicazioni di geometria descrittiva, appunti ad uso degli studenti*, lecture notes by Francesco Severi, collected and published by Michele Campanella in 1936 (graphic elaboration by the authors).

Fig. 4 - Transformations and invariants in the evolution of geometry applied to design, from its historical applications to contemporary ones through the constructive, digital, and AI revolutions (graphic elaboration by the authors).

the field to a “constructive” geometry oriented towards the design of spatial structures.

This was followed, in more recent times, by the digital revolution, whose effects have been evident since the early 2000s. This revolution has redefined the heuristic scope of drawing, extending its domain into three-dimensional digital space. The exploration of form through dynamic environments and three-dimensional models has expanded the speculative dimension of the discipline, which has found its design dimension within the international research field of Architectural Geometry.

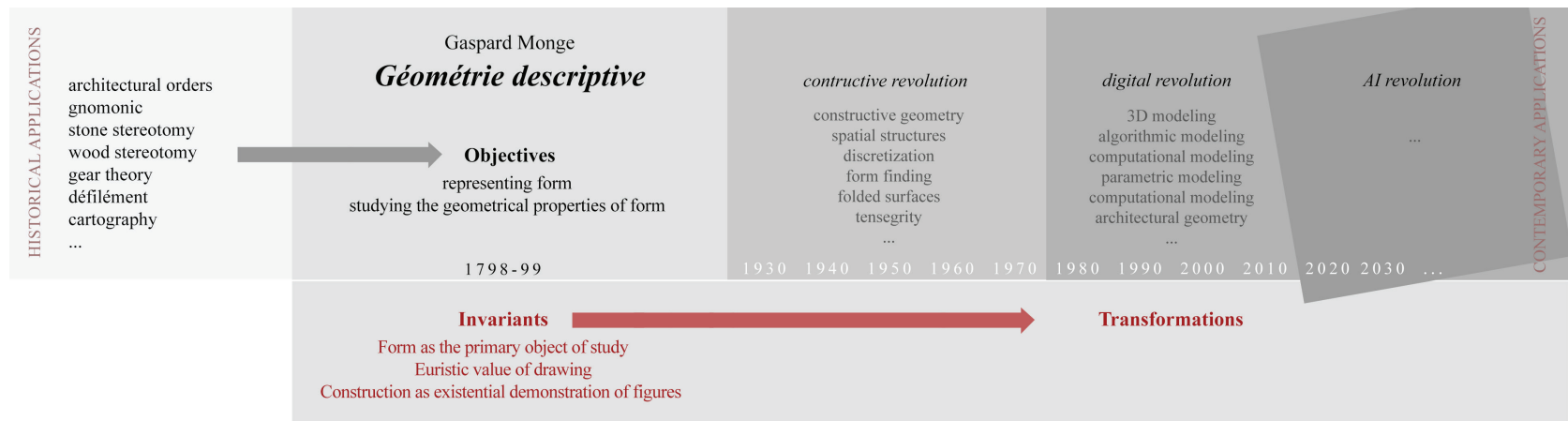
Finally, the third revolution is currently underway - that of “artificial intelligence” - which aims to reconfigure the processes of form-making, re-defining the relationship between geometry, construction, and design in terms that are still largely to be explored.

These transformations unfold within a kind of “grey zone” of Descriptive Geometry, which tends to progressively lose its original identity, fragmenting into a set of forms of knowledge that, in different ways, renew its conceptual core while preserving its invariants, as we shall attempt to clarify in the following section.

TRANSFORMATIONS IN A ‘GREY ZONE’

The “constructive” revolution we have defined sees Europe emerging from the two world wars in a context of profound redefinition of design requirements and is driven by engineers and architects who integrate their respective bodies of knowledge in order to respond to the socio-economic pressures of reconstruction, urban growth, and industrialisation.

The introduction of increasingly high-performance materials in the field of construction, applied



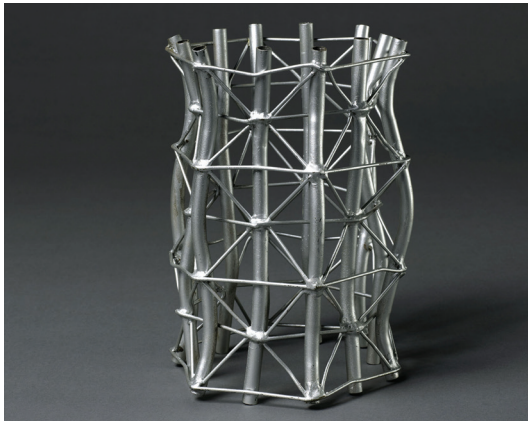


Fig. 5 - Robert Le Ricolais, Automorphic Tube (Model #035) (RMN-Grand Palais / Bertrand Prévost / Dist. Photo SCALA, Firenze).

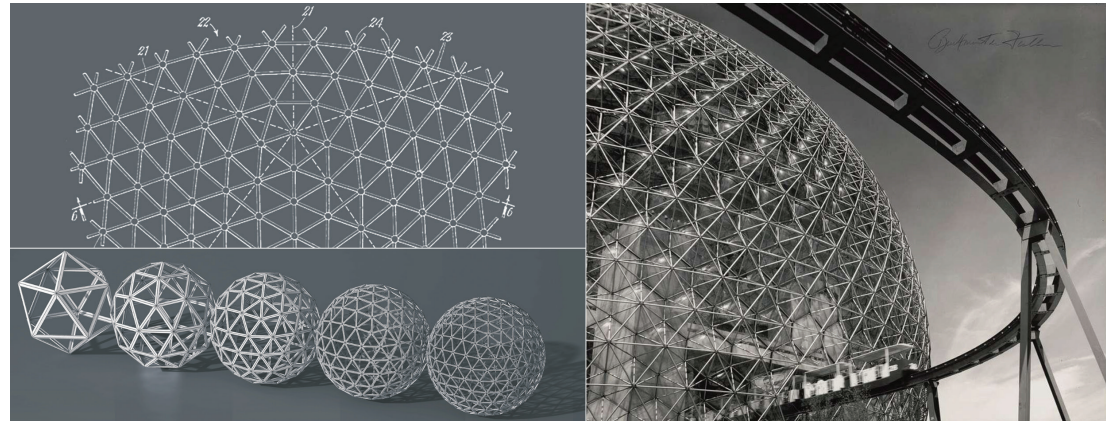


Fig. 6 - Richard Buckminster Fuller, genesis of an icosahedral grid and its application to the outer layer of the double geodesic structure built for Expo 67 in Montreal (graphic elaboration by the authors; photo source: <https://picryl.com/media/expo-67-montreal-quebec-canada-decbf9>).

to a repertoire of generally elementary geometries, together with the emergence of a functionalism according to which form was to derive from function, fostered the development of an antithetical cultural movement that recognised geometry as the formal matrix of design (Chiarenza, Salvatore 2025).

«La forme crée la fonction!» argues David George Emmerich, recognising in an undeformable, composable, and industrialized form the very substance of architecture (Emmerich 1986, p. 3). In these years, spatial structures emerged, integrating in a virtuous manner the expertise of architects and engineers around a geometry oriented to meet the demands of serial production. The geometric complexity of form was reduced to a set of identical and repetitive elements, linear and planar, that made its production, assembly, and construction possible (Emmerich 1969, pp. 5-9). This idea of *ex ante* discretisation constitutes one of the most significant theoretical cores of the morphological research of the period, which approximates continuous surfaces through reticular or polyhedral meshes, capable of combining structural efficiency, economy of means, and constructive control.

Research on spatial structures brought together many designers between the 1940s and 1950s. A pioneer in this field was Robert Le Ricolais, who, combining biology, crystallography, and mathematics through both logical and analogical approaches, experimented with three-dimensional reticular systems, urging engineers to achieve lightness using heavy materials (Le Ricolais 1940; Motro 2007) (Fig. 5).

«The art of structure is where to put the holes. If you think about the voids instead of working with the solid elements, the truth appears». This well-known phrase, attributed to Le Ricolais and used as the title of a chapter in the exhibition *Vision and Paradox* dedicated to his work (McClearly 1996), expresses a distinctly topological design thinking, in which “holes”, and thus voids, generate relationships, becoming an active locus of construction.

The interest in topology, combined with a markedly constructive dimension of geometry, required the making of physical models capable of overcoming the limits of two-dimensional representation. These models became a privileged tool of morphological experimentation and a me-

ans of mediation between design thinking and its material realisation.

Many architects and engineers, from the mid-twentieth century onwards, contributed in various ways to the development of experimentation in the field of spatial structures. To recall only a few examples, these are the years in which Buckminster Fuller filed the patent for geodesic domes, following a model already pioneered in the 1920s by Walther Bauersfeld for the planetaria of Carl Zeiss (Fig. 6). They are also the years in which David Georges Emmerich explored the scientific and pedagogical potential of a constructive geometry through the realisation of large-scale physical models. More generally, they mark a period of fruitful experimentation in the fields of space tessellation, folded surfaces, and tensegrity structures (Fig. 7), which also saw the introduction of new theories such as Sergio Musmeci's *antipolyhedra*, whose approach shows striking affinities with the PQ meshes later developed by Helmut Pottmann in the early 2000s. Finally, these are the years in which the discrete approach was complemented by pioneering research on form-finding, such as Frei Otto's investigations into the application of

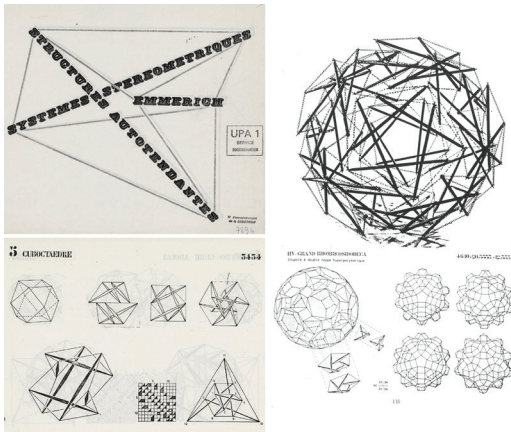


Fig. 7 - David George Emmerich, *Systèmes stéréométriques, structures autotendantes*, 1979, cover and Cuboctahedron (left) (source: <https://hal.science/hal-03110296v1>), and *Monographies de géométrie constructive. Simplex stables dans les systèmes constructifs*, 1990, Grand Rhombicosidodeca (right) (source: <https://hal.science/hal-01910267v1>).

minimal surfaces to architecture, where form emerges from physical conditions of equilibrium and is studied through analogical models (Fig. 8). The subsequent developments of this research have found renewed vigour with the introduction of digital representation, which has brought about radical changes in the applications of geometry to design, with Architectural Geometry as one of the outcomes. Digital technologies have, in fact, extended the idea of construction into space, emancipating representation from the two-dimensional limits of the drawing sheet and substantially enhancing its heuristic value. This transformation has fostered, and continues to foster, multiple developments that have fuelled the renewal of Descriptive Geometry in theoretical and speculative terms as well as in relation to its applications. Physical models have evolved into dynamic, parametric, and computational three-dimensional models, considerably expanding the field of experimentation of geometry applied to design.

<http://disegnarecon.univaq.it>

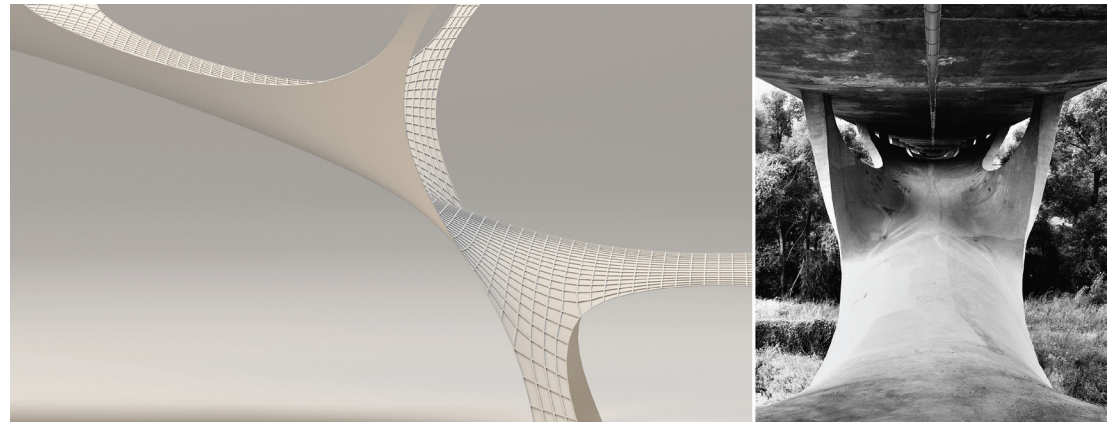
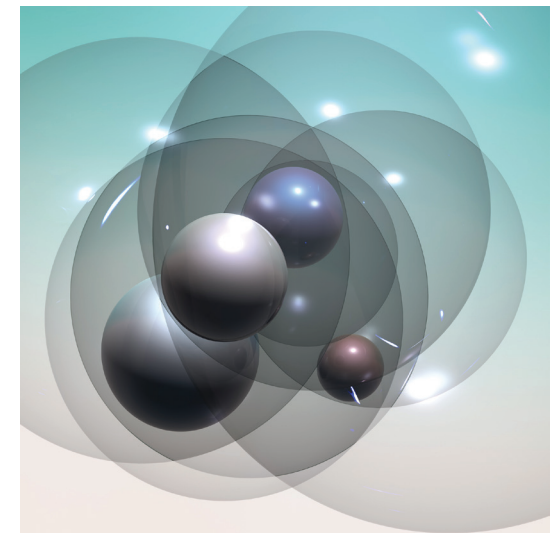


Fig. 8 - Physical simulation of the minimal surfaces of the Basento Bridge by Sergio Musmeci (source: photo by nEmo Gruppo, www.flickr.com) (graphic elaboration by the authors).

Fig. 9 - Spatial extension of the Apollonius problem developed by Riccardo Migliari (Image courtesy of Riccardo Migliari).



The tools have been renewed, but not the aims: the invariants discussed above have remained unchanged but extended into a broader domain. In the early 2000s, teachers of Descriptive Geometry from several Italian Universities, coordinated by Riccardo Migliari, professor at Sapienza University of Rome, promoted the renewal of our discipline. This proposal found its theoretical formulation in a “Manifesto” for the renewal of Descriptive Geometry, which relaunched the cognitive potential of drawing through digital representation, rendering Descriptive Geometry open to new theoretical experimentation (Migliari et al. 2008). Research on the extension of the “Apollonius problem” into three-dimensional space is emblematic in this regard, as it marked the beginning of a new approach to Descriptive Geometry, which has had - and continues to have - significant implications for research and teaching in this science [3] (Figs. 9, 10) (Migliari 2008; Migliari 2009). The invariants persist, and—within an updated framework—so do the underlying issues. To clarify this idea from an evolutionary perspective, let us consider, by way of example, the problem of the discretization of continuous form, a question that has long occupied a central position within the discipline, both in relation to its historical development and to its contemporary

DOI: <https://doi.org/10.20365/disegnarecon.36.2026.12>

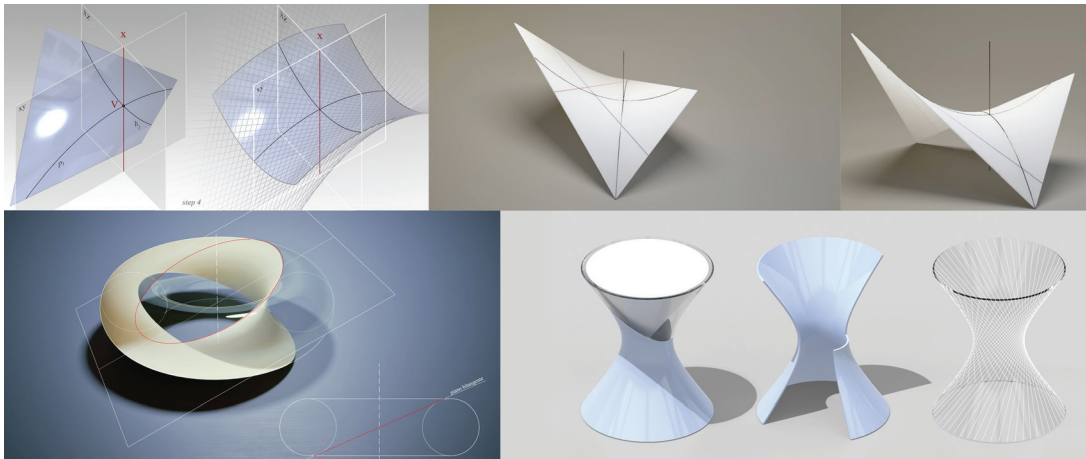


Fig. 10 - Educational models of continuous surfaces, construction of a hyperbolic paraboloid (a); construction of a torus and the Villarceau circular sections (b) (graphic elaboration by the authors).

configuration. A key focus of the experimental research on spatial structures conducted around the mid-twentieth century, the issue of discretization represents a significant shift from the theoretical and speculative dimension of descriptive geometry toward its application in design practice. At the same time, it brings to the forefront a set of questions that remain highly relevant within the contemporary landscape.

Architectural form must in fact be decomposed into transportable and assemblable elements in order to be built; in other words, it must be optimised. Even in contemporary architecture, whether derived from locus-based geometric forms or from algorithmic and computational design, reduction to discrete elements remains central. The order of problems does not change, but the repertoire of solutions expands. Thus, free-form surfaces are tessellated into planar elements, such as the triangular mesh of the Great Court of the British Museum by Norman Foster (Fig. 11), or into doubly curved elements, such as the “voussoirs” of the Heydar Aliyev Center by Zaha Hadid (Baglioni

2023). In the same way, the ideal kinematic surfaces of Santiago Calatrava’s architecture take shape from a discrete system of rods which, once assembled, reproduce the pattern of ruled surfaces with a plane director that generated them (Salvatore 2023); likewise, the curved sheet metal claddings of Frank Gehry’s buildings are optimised to be transported as unfolded developable surfaces to be re-assembled on site.

This continuity of problems, which calls upon geometry to address both the genesis of form and its optimisation, becomes particularly evident when we consider “the discrete charm of geometry” [4]. The interest in discrete geometry in architecture reveals affinities of approach among different scholars, even from distant periods, including, among others, Sergio Musmeci and Helmut Pottmann, whose work is paradigmatic in this context and particularly illustrative of the invariants discussed.

Musmeci engages both with the geometry of the continuous, where “le proprietà variano da un punto all’altro con gradualità e si manifestano come

curvature e torsioni [...]”, and with the geometry of the discrete, in which “gli elementi [...] sono identici e numerabili e ciò che conta sono i punti nodali e le aste che li compongono [...]” (Musmeci 1979, p. 13). Within this dual perspective, the systematic analysis of regular spatial rod systems constitutes a central core of his research, which, starting from the theory of polyhedra, moves towards the definition of the element capable of ensuring continuity between structural components: the nodal polyhedron. In the most general case, this polyhedron is generated by planes perpendicular to the axes of the rods converging at a node, thus determining the geometrically coherent three-dimensional form of the rod-node assembly (Fig. 12). The definition of the node determines the con-

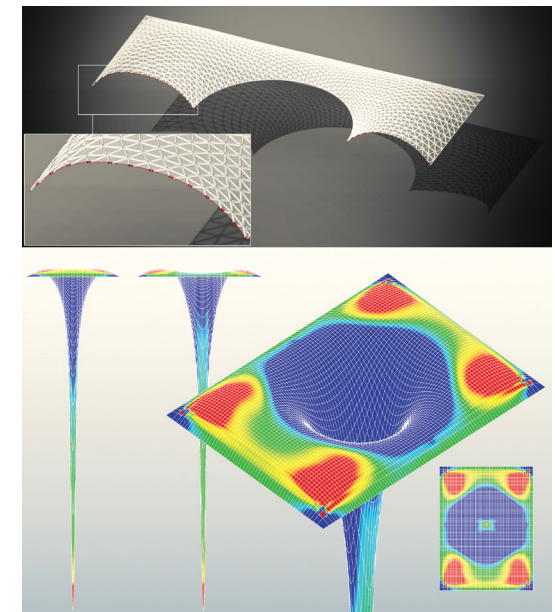


Fig. 11 - Triangular mesh discretization of the Great Court of the British Museum and Gaussian curvature analysis of the original surface (graphic elaboration by the authors).

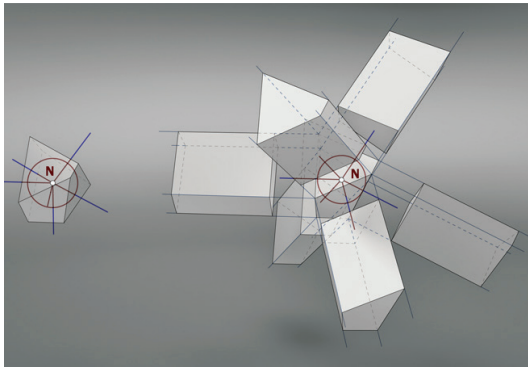


Fig. 12 - The node polyhedron in its most general form: its faces are defined by the planes perpendicular to the axes converging at N, translating the constructive logic of the structural node into geometric form (graphic elaboration by the authors).

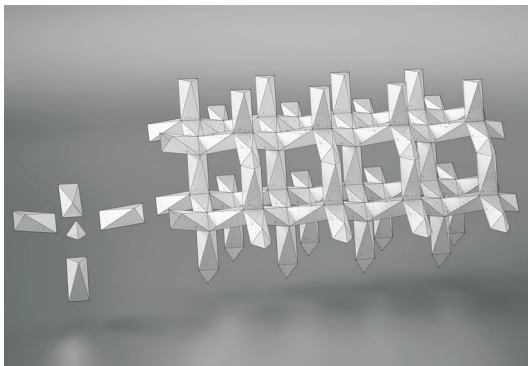


Fig. 13 - Example of a tetrahedral space structure generated by a tetrahedral node polyhedron, extendable indefinitely in three-dimensional space through antiprism-shaped connecting bars (graphic elaboration by the authors).

Fig. 14 - The basic element of Sergio Musmeci's tetrahedral grid space structure, capable of generating the entire spatial system through repetition alone; the nodes N are concave solid angles of antipolyhedra (graphic elaboration by the authors).

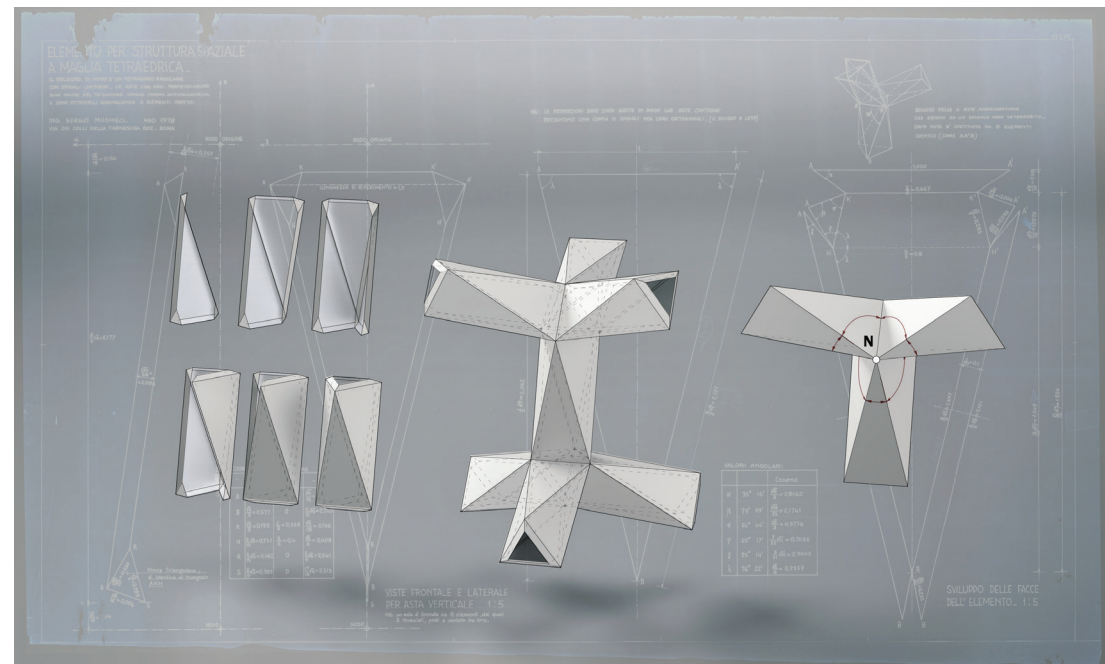
figuration of the entire spatial structure, from its geometry to the arrangement of the rods in space. In configurations with a high degree of regularity and repeatability, it enables a classification of rod systems according to the nodal polyhedron, each characterised by specific topological and static properties (Figs. 13-14).

Musmeci develops highly repetitive spatial lattice systems resulting from operative applications of rigorous theoretical principles, in which space tessellations derive from the geometry of the nodal polyhedron through the aggregation of identical modular elements, the so-called “structural bricks” (Musmeci 1979, p. 20).

It is in the investigation of the topological limits of the nodal polyhedron that Musmeci introduces the notion of the “antipolyhedron”. When the rods of a lattice structure produce concave angles at the vertices of the nodal polyhedron, the

geometry required to resolve the spatial configuration is that of the antipolyhedron. This is a vertex of the entire spatial structure that generates concavity and convexity, enabling the construction of infinitely extended meshes aimed at optimising the approximation of the continuous by the discrete (Fig. 14).

The discrete approach to the genesis of form, and in particular the interest in nodal configurations, can be found in Helmut Pottmann's research on PQ meshes, which, to some extent, inherits this tradition (Pottmann et al. 2007, pp. 677–700). PQ meshes are polyhedral surfaces composed of planar quadrilaterals and represent the discretisation of conjugate curve networks of continuous surfaces, resulting particularly suitable for their discretisation [5]. These networks have their roots in the discrete differential geometry developed by Robert Sauer in the 1970s and



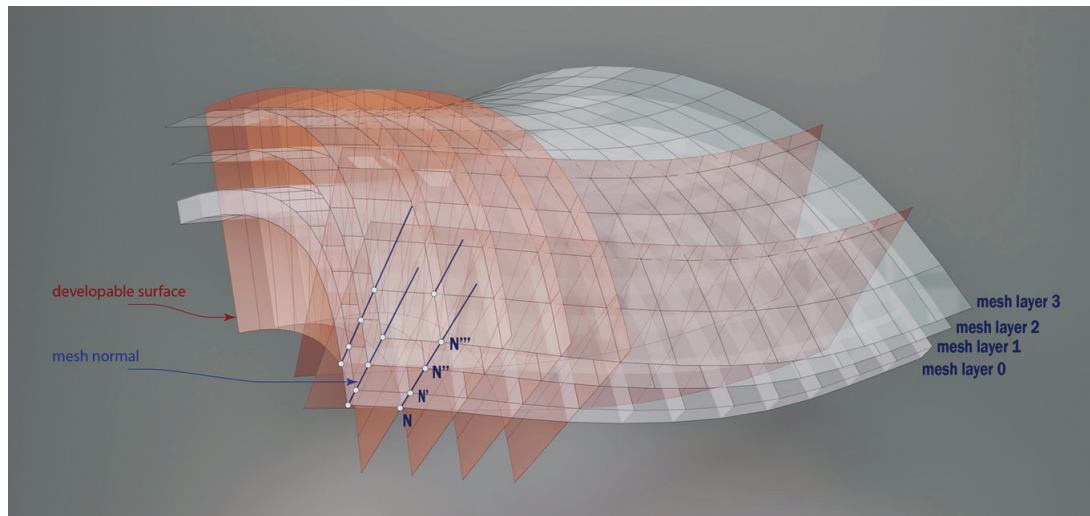


Fig. 15 - Conical meshes, a particular case of PQ meshes, enable the construction of multi-layer structures through the generation of offset meshes whose corresponding nodes are aligned along lines belonging to families of developable surfaces (graphic elaboration by the authors).

later extended by Alexander Bobenko, finding in Architectural Geometry the context in which mathematical formulations are translated into operative tools for design (Baglioni 2012, p. 270). The problem they address remains essentially unchanged: the discretisation of a continuous surface for the purposes of its construction. However, the issue is enriched by additional levels of complexity arising from the construction of “layers” of PQ meshes - offset surfaces in digital terms - required for construction purposes to accommodate glazing surfaces within the mesh grids. If the geometry of regular and semi-regular polyhedra resolves this problem in itself by generating torsion-free nodes, this is not, in general, the case with free-form surface tessellation. Conical meshes, a specific class of PQ meshes with faces converging at each vertex tangent to a single cone of revolution, offer a particularly effective solution for multi-layer structures (Figs. 15,16) [Pottmann et al. 2007, pp. 677-686].

A particularly effective special class of conjugate curves in the tessellation of continuous forms consists of curvature lines. These follow the directions of principal curvatures at each point on a surface and generate orthogonal meshes that, except in special cases, cover the surface without gaps. Interestingly, curvature lines were first theorised by Gaspard Monge and were later applied in a discrete construction system for an ellipsoidal vault composed of stone voussoirs, in accordance with construction practices of the time (Monge 1975). The discretisation of continuous surfaces constitutes a theoretical node that runs through the evolution of Descriptive Geometry and, in this context, is intended to exemplify a theoretical-experimental continuity accompanying its historical development. This continuity culminates in the most recent transformations of the discipline linked to the introduction of artificial intelligence into generative processes of form. As with all transformations that directly involve us, their

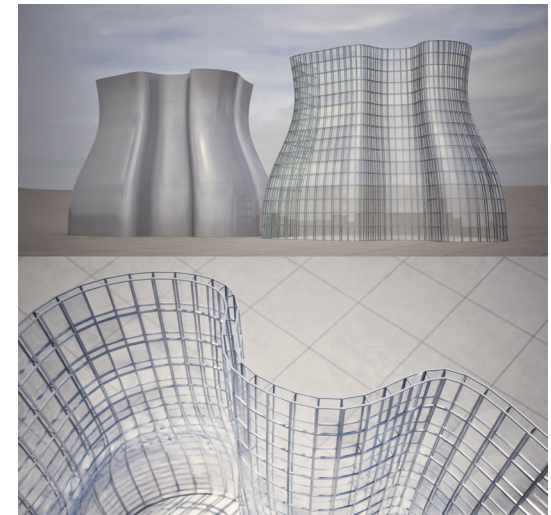


Fig. 16 - Discretisation of a continuous surface using conical meshes, with the original surface on the left and its discrete approximation on the right, suitable for generating multi-layer structures (graphic elaboration by the authors).

scope can be perceived, but it is still difficult to predict their effects.

The first experimental attempts suggest that artificial intelligence may introduce discontinuities in the evolutionary process of our science, due to the redefinition of the role of those who work with geometry in design. Form-generating systems based on generative models, ranging from convolutional neural networks to diffusion models applied to architectural design, derive geometry from statistical processes that train artificial intelligence on large datasets. The resulting form, which may be aesthetically sophisticated, visually coherent, and even structurally plausible, is produced without the subject having undertaken, in the mongian sense of the term, any “journey from the known to the unknown”. If the heuristic value of drawing - which for centuries has been the means by which designers have explored the unknown - is delegated to a system that produces outputs

without any experience of the process, the risk is no longer that of a “dead” geometry, but of a “mute” geometry, formally eloquent yet lacking the theoretical awareness that allows it to be governed, modified, and adapted. The response to this eventuality should certainly not be sought in rejecting artificial intelligence, but in developing a geometric competence capable of instructing and interrogating it.

WHAT FUTURE?

What future, then? The answer is open. Perhaps the words that best summarise our reflections are continuity and renewal. Continuity with a tradition that keeps the foundational principles of the discipline unchanged, reaffirming its historical grounding, and renewal of its tools, with a consequent expansion of its domain.

This continuity is not explicit. The “grey zone” discussed above has led, over the years, to a paradox in the international landscape of research and teaching in Descriptive Geometry. On the one hand, this discipline appears to have lost its original denomination, fragmenting into different courses because of its digital evolution, as evidenced by neologisms introduced in the educational field, such as geometric modeling, computational geometry, parametric design, and architectural geometry. On the other hand, the content of these disciplines appears as a technologically updated continuation of the foundational aims of the discipline, which continue to regard form as a central object of interest.

The objectives remain unchanged, namely the control of form through its representation, as does the field of application, namely the dialogue between the speculative component of geometry and its design application.

How can a curved surface be discretised into fabricable elements? How can a form be optimised so as to simultaneously satisfy geometric, structural, and aesthetic criteria? How can complex spatial configurations be generated by controllable and comprehensible algorithms?

These are questions that we could have found in nineteenth-century treatises on Descriptive Geometry, as well as in the experimental work of twentieth-century architects and engineers.

This continuity operates today within a context of fruitful interdisciplinary dialogue, driven by the introduction of digital technologies as a shared language, which has progressively fostered interoperability among fields of knowledge that operated on separate planes until a few decades ago. Disciplinary boundaries have become permeable; Descriptive Geometry, Differential Geometry, Structural Mechanics, as well as other disciplines that contribute synergistically to the geometric definition of form, now find a common ground in the sharing of digital tools. But these tools have also introduced a temporal shift. Constructability constraints, previously verified a posteriori, can now be integrated into the early generative stages of form-making; discretisation is a key example in this sense.

In this permeable contemporaneity, the “invariants” of Descriptive Geometry exceed their historical dimension. The centrality of form as an object of knowledge, the heuristic value of drawing - now extended to digital representation - and the idea of construction as an existential demonstration of figures still resonate today as contemporary references that define the disciplinary specificity of those who study geometry from a design perspective.

If the invariants we have outlined are in fact operative, and if the continuity we have delineated is not a historiographical construction but a deep structure of the disciplinary field, then naming this continuity means making it transmissible, active in education, and operative in design processes.

We are convinced that recognising these teachings as Descriptive Geometry, in its updated form, is the most effective way to restore identity to the theoretical and applied grounds of form and consolidate that critical awareness which the tools alone are not able to construct. We would like to conclude these reflections by highlighting two issues that Descriptive Geo-

metry must address, and which appear particularly urgent to us: the first concerns research, which must engage with the challenges posed by artificial intelligence with the aim of understanding and governing its effects; the second concerns teaching, which - as a consequence of the first - must focus on the education of new generations of designers, restoring centrality to the geometric theories of form and to its construction processes through the critical use of digital tools.

NOTE

[1] It refers to represented space: on a drawing sheet, according to a nineteenth-century interpretation of the term, or within the virtual space of a computer in its contemporary reinterpretation.

[2] For further insights into the key stages in the historical evolution of Descriptive Geometry, see Chiarenza Salvatore 2025.

[3] The authors belong to this school and have been pursuing for several years an approach to Descriptive Geometry as a science of form, in both its theoretical and applied dimensions; numerous faculty members in the Rome area contribute to the development of these lines of inquiry [Valenti, Carlevaris 2025].

[4] It is the title of a 2015 film dedicated to the theme of Discretization in Geometry and Dynamics, developed within the framework of the SFB research project coordinated by Alexander Bobenko (www.discretization.de).

[5] Conjugate curve networks are defined as systems of curves on a surface characterised by the property that, at each point, the tangents to the curves of both families determine conjugate directions with respect to the curvature of the surface (Pottman et al. 2007, p. 677-686).

REFERENCES

Baglioni, L. (2012). Nuove applicazioni della geometria descrittiva: le PQ mesh nell'architettura contemporanea. *Disegnarecon*, 5, 269-278.

Baglioni, L., & Di Marzio, L. (2023). Il controllo della forma nelle superfici libere dell'architettura contemporanea. In M. Cannella, A. Garozzo, & S. Morena (Eds.), *Transitions. Cross Modulate Develop* (pp. 793-809). Milano: Franco Angeli.

Chiarenza, S., Salvatore, M. (2025). The Revealed Structure. Drawing between Construction and Form. *Disegno*, 17, 7-21.

De la Gournerie, J. (1860). *Traité de géométrie descriptive*. Paris: Mallet-Bachelier.

Emmerich, D.G. (1969). *Cours de Géométrie Constructive. Morphologie*. Paris: Ecole National Supérieure de Beaux-Arts.

Emmerich, D.G. (1986). *La forme crée la fonction!* Paris: Ecole d'architecture de Paris La Villette.

Enriquez, F. (1925). *Lezioni di geometria descrittiva*. Bologna: Nicola Zanichelli.

Evans, R. (1995). *The Projective Cast*. Cambridge, London: MIT Press.

Fiedler, G. (1874). *Trattato di geometria descrittiva*. Firenze: Successori Le Monnier.

Frère Gabriel Marie. (1920). *Géométrie descriptive. Exercices*. Tours: Maisson Alfred mame et fils; Paris: J. De Gigord (Facsimile edition, Gacques Gabay 1991).

Hachette, J.N.P. (1822). *Traité de géométrie descriptive: comprenant*

les applications de cette géométrie aux ombres, à la perspective et à la stéréotomie. Paris: Corby.

Le Ricolais, R. (1940). *Essai sur les syseèmes réticulés à trois dimensions. Annales des ponts et chaussées. Mémoires et documents relatifs à l'art des constructions et au service de l'ingénieur*. 110° année VII.

Leroy, C.-F.-A. (1842). *Traité de Géométrie descriptive*. Paris: Bachelier.

Loria, G. (1935). *Metodi matematici*. Milano: Ulrico Hoepli.

McCleary, P. (1996). *Vision and paradox: an exhibition of the work of Robert Le Ricolais*. Catalogue of the exhibition, University of Pennsylvania.

Migliari, R. (2001). L'insegnamento della Geometria Descrittiva e delle sue applicazioni. In V. Franchetti Pardo (Ed.), *La Facoltà di Architettura dell'Università degli Studi di Roma "La Sapienza" dalle origini al duemila: Discipline, Docenti, Studenti* (pp. 277-288). Roma: Gangemi Editore.

Migliari, R. (2008). Il problema di Apollonio e la Geometria descrittiva. *Disegnare idee immagini*, 36, 22-37.

Migliari, R., De Carlo, L., Inzerillo, M., Corazzi, R. Cocchiarella, L. (2008). Un manifesto per il rinnovamento della geometria descrittiva. In B. Aterini, & R. Corazzi (Eds), *La geometria fra didattica e ricerca* (pp. 188-193). Firenze: Area.

Migliari, R. (2009). *Geometria descrittiva*. Roma: Gangemi.

Monge, G. (1798). *Géométrie descriptive*. Paris: Baudouin.

Monge, G. (1795). Analyse appliquée à la géométrie. *Journal de l'École polytechnique*, II, 145-165.

Motro, R. (2007). Robert Le Ricolais (1894-1977) "Father of Spatial Structures". *International Journal of Space Structures*, 22 (4), 233-238.

Musmeci, S. (1979). La genesi della forma nelle strutture spaziali. *Parametro* 80, 13-33.

Pottman, H., Asperl, A., Hofer, M., & Kilian, A. (2007). *Architectural Geometry*. Bentley: Bentley Institute Press.

Sakarovitch, J. (1998). *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive*. Basel, Boston, Berlin: Birkhauser Verlag.

Salvatore, M. (2023). Geometries in Motion in Kinetic Architecture. In M. Cannella, A. Garozzo, S. Morena (Eds.), *Transitions. Cross Modulate Develop* (pp. 2009-2024). Milano: Franco Angeli.

Valenti, G. M., & Carlevaris, L. (2025). Con lo sguardo verso i'ri. "Emergenze" di ricerca per la Geometria descrittiva. *Tribe-lon, disegno e rappresentazione dell'architettura, del paesaggio e dell'ambiente*, 3/25, 22-33.

Geometria descrittiva: una questione di ‘forma’

LE RAGIONI DELLA FORMA

Proiezioni ortogonali, assonometria e prospettiva, per qualcuno anche le proiezioni quotate, costituiscono il corpus dell’insegnamento della Geometria descrittiva. Questa idea trova riscontro nella memoria di molti che, come noi, hanno studiato questa materia negli anni Novanta del secolo scorso nelle facoltà di Architettura o Ingegneria e che si sono confrontati con la rappresentazione grafica come strumento utile alla descrizione del progetto. Eppure, questa idea ricalca solo in parte le finalità della Geometria descrittiva e ne riduce la portata, depauperando questa scienza di parte dei suoi obiettivi fondativi. Fin dalla sua formulazione scientifica alla scuola di Gaspard Monge, alla fine del diciottesimo secolo, la Geometria descrittiva si è posta due obiettivi: comunicare la forma attraverso la sua rappresentazione grafica, e adoperare il di-

segno e, in particolare il metodo sintetico, per studiare le proprietà geometriche delle figure (Monge 1798, p. 2). Negli anni del nostro dottorato di ricerca, nei primi anni duemila, leggendo questi obiettivi, facevamo fatica a mettere a fuoco l’idea della quale parla Monge, quando fa riferimento ad un viaggio “dal noto all’ignoto”, che si intraprende quando si esplora l’estensione figurata attraverso il disegno. Convinti della capacità conoscitiva della rappresentazione, ci sembrava logico pensare che, attraverso il disegno, quello che fosse ‘ignoto’ diventasse ‘noto’, non viceversa. Ma una lettura attenta del passaggio lascia comprendere come l’intento persegua proprio la direzione contraria, ed è questo forse l’aspetto più affascinante della nostra disciplina. L’idea rivoluzionaria, che animava il lavoro di Monge, vedeva infatti nel disegno una capacità conoscitiva talmente efficace da permettere di esplorare le geometrie della forma,

che sono note, per derivare proprietà della forma, che sono ignote.

Ma come mai all’epoca di Monge, negli anni della descrizione analitica della forma, si avverte l’esigenza di introdurre una disciplina “nuova”? Perché le rigorose descrizioni matematiche risultavano poco efficaci quando le proprietà geometriche delle figure avevano ricadute dirette nei processi di genesi morfologica del progetto. Per dialogare con la forma progettata, infatti, la geometria non poteva ricorrere all’astrazione matematica del calcolo ma richiedeva linguaggi visuali che trovavano nel disegno lo strumento capace di coniugare caratteristiche morfologiche, prestazionali ed estetiche. In questo senso la Geometria descrittiva può essere considerata come la scienza degli ingegneri e degli architetti, o più in generale, di tutti coloro che operano con la forma nel progetto.

Le considerazioni che seguono, e che evidenziano i caratteri invarianti della Geometria descrittiva,

tiva nelle sue trasformazioni essenziali rispetto ad un passato relativamente recente, vogliono contribuire al dibattito intorno al futuro di questa scienza e al ruolo scientifico e didattico che ha assunto e che ancora oggi assume nei processi di genesi della forma nel campo dell'architettura e del design.

Il presupposto che guida queste riflessioni vede queste invarianti non soltanto come una chiave interpretativa storica della disciplina, ma come uno strumento critico capace di orientarne il futuro. In una fase caratterizzata da profonde e rapide trasformazioni tecnologiche, dove è difficile avanzare delle previsioni, è possibile individuare una prospettiva dalla quale osservarne gli effetti.

INVARIANTI E TRASFORMAZIONI

Se si osserva la nostra scienza nella sua traiettoria storica, si comprende come il suo nucleo disciplinare non sia dunque costituito dai soli metodi grafici della rappresentazione, ma anche, e in maniera preponderante, dallo studio delle proprietà geometriche delle figure. E si chiarisce ancora come la rappresentazione grafica si configuri tanto come strumento conoscitivo attraverso il quale sperimentare le configurazioni spaziali, quanto come linguaggio, il solo, con il quale poterle comunicare.

Da questo punto di vista la Geometria descrittiva appare come una 'scienza della morfologia', capace di operare attraverso un registro tanto speculativo quanto costruttivo, orientato al controllo della forma in quello spazio che i geometri francesi dell'Ottocento erano soliti definire *étendue figurée* [1].

Questo duplice intento emerge con particolare evidenza negli anni della codifica mongiana della disciplina, alla fine del Settecento, quando l'Europa, e in particolare la Francia, erano attraversate da profondi cambiamenti sociali e tecnologici. Da un lato, la rivoluzione industriale richiedeva strumenti sempre più efficaci e flessibili per la progettazione delle componenti meccaniche delle macchine, dall'altro, la trasformazione sociale innescata dal rovesciamento della monarchia,

esigeva la formazione di una nuova classe di ingegneri chiamata, in una certa misura, a 'ridisegnare' il paese. Su queste profonde trasformazioni germogliava la nostra disciplina, che promuoveva a scienza speculativa un insieme di saperi geometrici che, da sempre nella storia dell'umanità, avevano supportato la costruzione nelle arti applicate, ma che trovavano, nell'opera dell'ingegnere francese, la loro formulazione teorica [2].

Orientata alla formazione dei progettisti del futuro, la geometria mongiana si trovava a dover rispondere a due necessità impellenti: definire metodi grafici accurati ed efficaci per la rappresentazione del prodotto e, in particolare, delle componenti meccaniche e delle infrastrutture, e controllarne la complessità morfologica per riuscire ad assicurarne la produzione. Le proiezioni ortogonali, sapientemente praticate da diversi secoli all'epoca di Monge, ma che tuttavia lo resero celebre, rispondevano magistralmente alla prima necessità. Ma gli aspetti maggiormente innovativi di questa geometria riguardavano la risposta alla seconda questione, che veniva risolta attraverso lo studio, con metodo sintetico, della teoria delle linee e delle superfici. Per comprendere questo approccio per certi aspetti inedito, bisogna ricordare che Monge era un matematico e che, come tale, promuoveva la Geometria descrittiva come una disciplina matematica applicata: «Ce n'est pas sans objet que nous comparons ici la géométrie descriptive à l'algèbre; ces deux sciences ont les rapports les plus intimes. Il n'y a aucune construction de géométrie descriptive qui ne puisse être traduite en analyse; et lorsque les questions ne comportent pas plus de trois inconnues, chaque opération analytique peut être regardée comme l'écriture d'un spectacle en géométrie. Il seroit à désirer que ces deux sciences fussent cultivées ensemble: la géométrie descriptive porteroit dans les opérations analytiques les plus compliquées l'évidence qui est son caractère, et, à son tour, l'analyse porteroit dans la géométrie la généralité qui lui est propre» (Monge 1798, p. 16).

Nelle opere di Monge e degli allievi della sua scuola, come nei numerosi manuali di geome-

tria descrittiva che seguirono in tutta Europa fino alle prime decadi del Novecento, trovavano così spazio curve piane e sghembe, superfici curve e a doppia curvatura, classificazioni inedite di superfici, come le rigate e le sviluppabili, classi di curve speciali, fra le quali le linee di curvatura introdotte dallo stesso Monge, tutte studiate con approccio sintetico e costruttivo (fig. 1).

Gli anni della formulazione della *Géométrie descriptive* segnarono così una svolta decisiva nello studio della forma con metodo sintetico e nella sua applicazione al progetto. Per la prima volta, linee e superfici venivano esplorate attraverso il linguaggio del disegno nella loro dimensione astratta e speculativa, affidando alle applicazioni la verifica sperimentale delle rispettive proprietà geometriche (Hachette 1822, p. X).

Possiamo dire che questo approccio perdura fino alle prime decadi del Novecento. In questo periodo la geometria descrittiva è insegnata generalmente da matematici nelle scuole di ingegneria e architettura con uno spirito che, almeno per alcuni, doveva essere affine a quello che ne aveva animato la formulazione scientifica, come si comprende dall'introduzione alle *Lezioni di geometria descrittiva* date ad inizio secolo da Federigo Enriques all'Università di Bologna: «[bisogna] stringere sempre più saldamente i legami fra le Matematiche pure e applicate, e mostrare come i due indirizzi, il teorico ed il pratico, si distacchino da un tronco comune» (Enriques 1925, p.VIII).

Rileggendo oggi gli obiettivi fondativi della disciplina, enunciati nella prefazione dell'opera mongiana, colpisce la loro straordinaria attualità. Sono passati più di due secoli, segnati da profondi cambiamenti tecnologici e sociali, eppure siamo convinti che le ragioni geometriche della forma continuino a presentare i medesimi problemi: controllare la morfologia attraverso la geometria con approccio sintetico; descriverla attraverso il disegno. Questa inalterata validità ci porta a riconoscere un sistema di "invarianti" che hanno guidato l'evoluzione della disciplina, permettendole di rinnovarsi nei momenti di massima trasformazione tecnologica e sociale.

In questo progressivo rinnovamento, il “viaggio dal noto all’ignoto” assume una posizione centrale, perché rende evidente un principio di continuità nella sperimentazione morfologica attraverso la pratica del disegno alla ricerca delle proprietà ignote, appunto, delle figure. Altrettanto invarianti risultano la centralità della forma come oggetto principale di studio, il valore euristico del disegno e, non ultima, l’idea di “costruzione” come “dimostrazione esistenziale” delle figure (Loria 1935, p. 77).

Ma c’è un’altra invariante che riteniamo particolarmente significativa, che lega geometria e progetto; un’idea di costruzione che oltrepassa il suo significato geometrico ponendosi come un ponte fra la dimensione speculativa della disciplina e la sua applicazione pratica, e che trova espressione nella sperimentazione morfologica in ambito architettonico e di design.

Questo sistema di invarianti ha sostenuto la Geometria descrittiva nelle sue trasformazioni, fino alle sue evoluzioni più recenti, permettendole di rinnovarsi attualizzando i propri strumenti e il proprio linguaggio, in relazione alle rivoluzioni tecnologiche e digitali che si sono susseguite e che sono ancora in corso.

Ma ripartiamo dalle considerazioni formulate in apertura del nostro contributo perché, se le riflessioni avanzate sino ad ora ci sembrano convincenti, ci chiediamo come mai, alla fine del secolo scorso, l’insegnamento della geometria descrittiva sembri aver smarrito uno dei suoi obiettivi fondativi, riducendo il proprio ambito d’interesse all’insegnamento dei metodi della rappresentazione.

Nell’introduzione al *The Projective Cast*, pubblicato alla fine degli anni Novanta del Novecento, Robin Evans sostiene che gli architetti non producono geometria ma la consumano: «From the point of view of the architect seeking firmness and stability, the best geometry is surely a dead geometry [...] What I mean by a dead geometry is an aspect of geometry no longer under development from within» (Evans 1995, p. XXVI – XXVII).

La ‘geometria morta’ alla quale fa riferimento Evans porta certezze e, seppure meno interessante, è più

facile da governare, poiché il suo comportamento è certo e perciò prevedibile. Questa provocazione offre uno spunto interessante per riflettere sul ruolo della geometria applicata all’architettura, che si tende a considerare come un sistema già dato e consolidato, piuttosto che come un campo di ricerca attivo. Per contrasto, la ‘geometria viva’, quella capace di produrre nuove relazioni spaziali, non costituisce una condizione ordinaria nella pratica del progetto, ma una eccezionalità collocata, oggi come nel passato, in una dimensione specialistica. In quest’ottica possiamo dire che la morfologia si è sempre configurata come una disciplina per esperti nel panorama progettuale e che questa abbia guardato ad un repertorio altrettanto eccezionale di progetti (fig. 2).

Un’altra questione riguarda il processo di astrazione al quale la geometria descrittiva è stata progressivamente ricondotta in ambito accademico nel corso delle prime decadi del Novecento (Sakarovitch 1998, pp. 344-349). Riccardo Migliari, nel 2001, propone una ricostruzione della storia recente dell’insegnamento della disciplina, mettendo in luce alcune figure chiave dell’area romana. Tra queste spiccano due matematici d’eccezione, Francesco Severi ed Enrico Bompiani, portatori di visioni divergenti sull’insegnamento della geometria descrittiva: la prima, quella di Severi, di una geometria orientata al progetto (fig. 3); la seconda, quella di Bompiani, coltissima quanto la prima, maggiormente rivolta all’astrazione matematica (Migliari 2001). Questa tendenza all’astrazione promossa da numerosi studiosi nel corso del Novecento scollegava di fatto la geometria dal progetto. Le rappresentazioni diventavano sempre più complesse e tanto ambigue da risultare inefficaci per il controllo morfologico dell’architettura.

In queste condizioni di contesto si ridefiniva di fatto il rapporto tra geometria, rappresentazione e progetto. La pratica architettonica vedeva nella geometria un sistema stabile, mentre la Geometria descrittiva era orientata verso forme di astrazione che la allontanavano progressivamente dal dominio operativo del progetto. A questo possiamo aggiungere che mentre la geometria

trovava il proprio sviluppo teorico nella matematica, l’architettura e in parte anche l’ingegneria ne assumevano versioni operative e, in una certa misura, semplificate. In questo scenario, lo spazio intermedio nel quale la Geometria descrittiva aveva storicamente operato, come luogo di mediazione tra costruzione, rappresentazione e conoscenza, tendeva a dissolversi. Priva del proprio campo d’azione, la disciplina doveva risultare troppo tecnica per la matematica e troppo teorica per il progetto.

Ma le sperimentazioni sulla forma non si interrompono nel corso del Novecento. Abbiamo intitolato questo paragrafo invarianti e trasformazioni e delle prime si è detto. Se spostiamo l’attenzione sulle seconde, possiamo pensare di ricondurre a tre “rivoluzioni” principali i momenti di trasformazione storica e tecnologica che maggiormente hanno inciso sulla storia recente della Geometria descrittiva (fig. 4).

Una prima rivoluzione, che possiamo definire “costruttiva”, ha preso avvio tra gli anni Trenta e Cinquanta del Novecento con l’introduzione di nuovi materiali e nuove tecnologie. In questo periodo si è ridefinito il modo di intendere la geometria applicata al progetto, riconfigurandone gli strumenti per aprire il campo a una geometria “costruttiva” orientata alla progettazione delle strutture spaziali.

A questa ha fatto seguito, in tempi più recenti, la rivoluzione digitale, i cui effetti si sono manifestati a partire dai primi anni Duemila, che ha ridefinito la portata del valore euristico del disegno estendendone il dominio allo spazio digitale a tre dimensioni. L’esplorazione della forma attraverso ambienti dinamici e modelli tridimensionali ha portato all’ampliamento della sfera speculativa della disciplina, che ha trovato la propria dimensione progettuale nell’ambito di ricerca internazionale dell’*Architectural Geometry*.

È infine in corso una terza rivoluzione, quella “dell’intelligenza artificiale”, che mira a riconfigurare i processi di costruzione della forma, ridefinendo il rapporto tra geometria, costruzione e progetto in termini ancora in larga parte da esplorare.

Queste trasformazioni si susseguono in una sorta di “zona grigia” della geometria descrittiva, che tende a perdere progressivamente la sua identità originaria, frammentandosi in un insieme di saperi che, in modo diverso, ne rinnovano il nucleo concettuale preservandone le invarianti, come cercheremo di mettere a fuoco nel paragrafo che segue.

TRASFORMAZIONI IN UNA “ZONA GRIGIA”

La rivoluzione che abbiamo definito “costruttiva” vede l’Europa uscire dai due conflitti mondiali in una condizione di forte ridefinizione delle esigenze progettuali, e viene portata avanti da ingegneri e architetti che integrano i propri saperi per rispondere alle pressioni socio-economiche della ricostruzione, della crescita urbana e dell’industrializzazione.

L’introduzione di materiali sempre più performanti nel campo delle costruzioni, applicati ad un repertorio di geometrie generalmente elementari, unita all’affermarsi di un funzionalismo emergente per il quale la forma doveva derivare dalla funzione, favorisce lo sviluppo di un movimento culturale antitetico, che riconosce la geometria come matrice formale del progetto (Chiarenza, Salvatore 2025). «La forme crée la fonction!» sostiene David George Emmerich, riconoscendo in una forma indeformabile, componibile e industrializzabile la sostanza dell’architettura (Emmerich 1986, p. 3). Si affermano in questi anni le strutture spaziali, che integrano in maniera virtuosa le competenze di architetti e ingegneri intorno ad una geometria orientata a rispondere alle esigenze di una produzione in serie. La complessità geometrica della forma viene ridotta ad un insieme di elementi identici e ripetitivi, lineari e piani, che ne rendono possibile la produzione, l’assemblaggio e la costruzione (Emmerich 1969, pp. 5-9). Questa idea di discretizzazione *ex ante* costituisce uno dei nuclei teorici più significativi della ricerca morfologica dell’epoca, che approssima le superfici continue a maglie reticolari o poliedriche, capaci di coniugare efficienza strutturale, economia di mezzi e controllo costruttivo.

Le ricerche sulle strutture spaziali accomunano molti progettisti tra gli anni Quaranta e Cinquanta del Novecento. Pioniere in questo ambito fu Robert Le Ricolais che, coniugando biologia, cristallografia e matematica attraverso approcci logici e analogici, sperimentava sistemi reticolari tridimensionali sollecitando gli ingegneri a produrre leggerezza con materiali pesanti (Le Ricolais 1940; Motro 2007) (fig. 5).

«The art of structure is where to put the holes. If you think about the voids instead of working with the solid elements, the truth appears». Questa celebre frase, attribuita a Le Ricolais, che intitola un capitolo della mostra *Vision and paradox* dedicata al suo lavoro (McClearly 1996), è espressione di un pensiero progettuale spiccatamente topologico, dove i “fori” e dunque il vuoto, generano relazioni diventando luogo attivo della costruzione.

L’interesse per la topologia unita ad una dimensione spiccatamente costruttiva della geometria, esigeva la realizzazione di modelli fisici, capaci di oltrepassare i limiti della rappresentazione bidimensionale, che diventavano strumento privilegiato di sperimentazione morfologica e luogo di mediazione fra il pensiero progettuale e la sua realizzazione materiale.

Molti furono gli architetti e gli ingegneri che, dalla metà del Novecento in poi, diedero impulso, a vario titolo, alla sperimentazione nel campo delle strutture spaziali. Per ricordarne alcuni possiamo dire che sono gli anni nei quali Buckminster Fuller deposita il brevetto delle cupole geodetiche, secondo un modello già sperimentato in forma pionieristica intorno agli anni Venti da Walther Bauersfeld per i planetari della Carl Zeiss (fig. 6); gli anni nei quali David Georges Emmerich sperimenta le potenzialità scientifiche e didattiche di una geometria costruttiva attraverso la realizzazione di modelli fisici a grande scala; sono, più in generale, gli anni di sperimentazioni fruttuose nel campo della tassellazione dello spazio, delle superfici piegate, delle tensegrity (fig. 7), anni che vedono l’introduzione di nuove teorie, come quella degli *antipoliedri* di Sergio Musmeci, che tante affinità di approccio dimostra con le *PQ*

mesh sviluppate da Helmut Pottmann agli inizi degli anni Duemila. Sono anche gli anni nei quali l’approccio discreto è affiancato dalle pionieristiche sperimentazioni sul *form finding*, come mostrano le ricerche di Frei Otto sull’applicazione delle superfici minime all’architettura, per le quali la forma emerge da condizioni fisiche di equilibrio ed è indagata attraverso modelli analogici (fig. 8).

Gli sviluppi successivi di queste ricerche hanno trovato rinnovato vigore nell’introduzione della rappresentazione digitale, che ha portato cambiamenti radicali nelle applicazioni della geometria al progetto, dei quali l’*Architectural Geometry* costituisce uno degli effetti. A partire dalla fine del secolo scorso il digitale ha infatti esteso allo spazio l’idea di costruzione, emancipando la rappresentazione dai confini bidimensionali del foglio da disegno e amplificandone in maniera sostanziale il valore euristico. Questa trasformazione è stata, ed è ancora oggi, foriera di molteplici sviluppi, che sono stati il volano per un rinnovamento della Geometria descrittiva tanto in termini teorico-speculativi, quanto in relazione alle sue applicazioni. I modelli fisici si sono evoluti in modelli tridimensionali dinamici, parametrici, computazionali, ampliando in maniera considerevole l’ambito di sperimentazione della geometria applicata al progetto.

Sono stati rinnovati gli strumenti ma non le finalità: le invarianti delle quali si è detto sono rimaste infatti inalterate rilanciandosi in un dominio più esteso.

Nei primi anni Duemila, docenti di geometria descrittiva di numerose università italiane, coordinati da Riccardo Migliari, professore alla Sapienza di Roma, sono stati promotori di istanze di rinnovamento della nostra disciplina. Queste istanze hanno trovato la loro formalizzazione teorica in un *Manifesto per il rinnovamento della geometria descrittiva* che rilanciava le potenzialità conoscitive del disegno attraverso la rappresentazione digitale, rendendo la Geometria descrittiva foriera di sperimentazioni inedite di carattere teorico (Migliari et al. 2008). La ricerca dedicata all’estensione allo spazio del “pro-

blema di Apollonio" è emblematica in tal senso, perché è stata l'avvio di una concezione rinnovata della geometria descrittiva, che ha avuto e continua ad avere ricadute significative nella maniera di intendere la ricerca e l'insegnamento di questa scienza [3] (figg. 9-10) (Migliari 2008, Migliari 2009).

Permangono le invarianti e, in una dimensione attualizzata, anche le problematiche.

Per chiarire meglio questa idea in una prospettiva evolutiva, consideriamo a scopo esemplificativo il problema della discretizzazione della forma continua, questione centrale per la disciplina, tanto in relazione al suo sviluppo storico quanto al suo assetto contemporaneo. Nodo centrale delle sperimentazioni sulle strutture spaziali condotte intorno alla metà del Novecento, il tema della discretizzazione è espressione significativa del passaggio dalla dimensione teorico-speculativa della Geometria descrittiva alla sua applicazione progettuale e rilancia, nel panorama contemporaneo, problematiche che risultano ancora oggi di grande attualità.

La forma architettonica, per essere costruita, deve infatti essere scomposta in elementi trasportabili e assemblabili, in altre parole deve essere ottimizzata. Anche nell'architettura contemporanea, sia essa il risultato dell'applicazione di forme luogo geometrico o della progettazione algoritmica e computazionale, la riduzione a elementi discreti resta centrale. Non cambia l'ordine dei problemi ma si amplia il repertorio delle soluzioni. Così le superfici di forma libera vengono tassellate in elementi piani, come le maglie triangolari del Great Court del British Museum di Norman Foster (fig. 11) o a doppia curvatura, come quelle formate dai "conci" del Centro culturale Heydar Aliyev di Zaha Hadid (Baglioni 2023). Allo stesso modo le superfici cinematiche ideali delle architetture di Santiago Calatrava prendono forma da un sistema discreto di aste che, assemblate, riproducono l'andamento delle rigate a piano direttore che le hanno generate (Salvatore 2023), e ancora le lamiere piegate che rivestono le architetture di Frank Gehry vengono ottimizzate per essere

trasportate in forma di superfici sviluppabili da re-involuppare in opera.

Questa continuità di problematiche, che chiama la geometria a risolvere tanto la genesi della forma quanto la sua ottimizzazione, appare con particolare evidenza se consideriamo "the discrete charme of geometry" [4]. L'interesse per la geometria discreta in architettura rivela infatti affinità di approccio fra studiosi diversi, anche temporalmente lontani come, fra gli altri, Sergio Musmeci ed Helmut Pottmann, le cui ricerche appaiono paradigmatiche in questo contesto e particolarmente esplicative in relazione alle invarianti delle quali si è detto.

Musmeci si confronta tanto con la geometria del continuo, dove «le proprietà variano da un punto all'altro con gradualità e si manifestano come curvature e torsioni [...]», quanto con la geometria del discreto, nella quale «gli elementi [...] sono identici e numerabili e ciò che conta sono i punti nodali e le aste che li compongono [...]» (Musmeci 1979, p. 13). In questa duplice prospettiva, l'analisi sistematica delle strutture regolari di aste nello spazio costituisce un nucleo centrale della sua ricerca che, a partire dalla teoria dei poliedri, si orienta verso la definizione dell'elemento capace di garantire continuità tra gli elementi strutturali: il poliedro di nodo. Nel caso più generale, questo poliedro viene generato dai piani perpendicolari agli assi delle aste convergenti in un nodo appunto, determinando la forma tridimensionale geometricamente coerente dell'insieme asta-nodo (fig. 12). La definizione del nodo determina la configurazione dell'intera struttura spaziale, dalla geometria alla disposizione delle aste nello spazio. Nelle configurazioni ad alto grado di regolarità e ripetibilità, consente una classificazione dei sistemi di aste per poliedro di nodo, ciascuno caratterizzato da specifiche proprietà topologiche e statiche (figg. 13-14).

Musmeci elabora sistemi reticolari spaziali ad alto grado di ripetibilità che risultano da applicazioni operative di principi teorici rigorosi che vedono le tassellazioni dello spazio derivare dalla geometria del poliedro di nodo, attraverso l'aggregazione di

elementi modulari identici, i cosiddetti "mattoni strutturali" (Musmeci 1979, p. 20).

È nell'indagine sui limiti topologici del poliedro di nodo che Musmeci introduce la nozione di "antipoliedro". Quando le aste di una struttura reticolare producono nei vertici del poliedro di nodo angoloidi concavi, la geometria chiamata a risolvere la configurazione spaziale è quella dell'antipoliedro. Si tratta di un vertice dell'intera struttura spaziale che genera concavità e convessità permettendo la costruzione di maglie infinitamente estese finalizzate ad ottimizzare l'approssimazione del continuo con il discreto (fig. 14).

L'approccio discreto alla genesi della forma e, in particolare, l'interesse per le configurazioni dei nodi si ritrova nelle ricerche sulle *PQ mesh* di Helmut Pottmann che, in una certa misura, ereditano quella tradizione (Pottmann et al. 2007, p. 677-700). Le *PQ mesh* sono superfici poliedriche composte da quadrilateri piani e rappresentano la discretizzazione delle reti di curve coniugate delle superfici continue, risultando, per questo, ottimali ai fini della loro discretizzazione [5]. Queste reti affondano le loro radici nella geometria differenziale discreta elaborata da Robert Sauer negli anni Settanta e successivamente sviluppata da Alexander Bobenko, trovando nell'*Architectural Geometry* il contesto nel quale le elaborazioni matematiche si traducono in strumenti operativi per il progetto (Baglioni 2012, p. 270).

Il problema che affrontano resta sostanzialmente invariato: discretizzare una superficie continua ai fini della sua realizzazione. La questione si arricchisce tuttavia di alcuni livelli di complessità derivati dalla costruzione degli "strati" di *PQ mesh* - superfici definite "offset" in termini digitali - necessari da un punto di vista costruttivo per alloggiare superfici vetrate fra le maglie delle reti. Se la geometria dei poliedri regolari e semi-regolari risolvono in sé questo problema generando, si dice, nodi liberi da torsioni, questo non accade in generale quando la tassellazione interessa superfici di forma libera. Le *conical mesh*, una categoria specifica di *PQ mesh* in cui le facce convergenti in ciascun vertice sono tangenti a un unico cono

di rivoluzione, offrono una soluzione particolarmente efficace per le strutture multi-strato (figg. 15, 16) (Pottman et al. 2007, p. 677-686).

Una classe particolare di curve coniugate, particolarmente efficace nei processi di tassellazione della forma continua, è costituita dalle linee di curvatura di una superficie, che seguono in ogni punto la direzione delle curvature principali, generando maglie ortogonali che, ad eccezione di casi particolari, coprono la superficie senza lacune. È curioso osservare come le linee di curvatura siano state teorizzate proprio da Gaspard Monge e come queste abbiano trovato applicazione in un sistema di costruzione discreto, concepito per una volta ellissoidale composta da conci di pietra, secondo la pratica costruttiva del tempo (Monge 1795).

La discretizzazione delle superfici continue costituisce un nodo teorico che attraversa l'evoluzione della geometria descrittiva e che vuole essere esemplificativo, in questo contesto, di una continuità teorico-sperimentale che ne accompagna lo sviluppo storico e che approda alle più recenti trasformazioni della disciplina, legate all'introduzione dell'intelligenza artificiale nei processi generativi della forma. Come accade per tutte le trasformazioni che ci coinvolgono direttamente, se ne intuisce la portata, ma resta ancora difficile prevederne gli effetti.

I primi tentativi di sperimentazione lasciano intendere che l'intelligenza artificiale possa introdurre delle discontinuità nel processo evolutivo della nostra scienza, dovute alla ridefinizione del ruolo di chi opera con la geometria nel progetto. I sistemi generatori di forma basati su modelli generativi che vanno dalle reti neurali convoluzionali ai modelli diffusivi applicati alla progettazione architettonica, ricavano geometria da processi statistici, che addestrano l'intelligenza artificiale in base a consistenti quantità di dati. La forma che ne risulta, che può essere esteticamente sofisticata, visivamente coerente e persino strutturalmente plausibile, viene prodotta senza che il soggetto abbia compiuto, nel senso mongiano del termine, alcun "viaggio dal noto all'ignoto". In altre parole, la forma diventa un

output e non il risultato di una conquista. Questa riflessione deve essere intesa come il segnale di una responsabilità che ricade su coloro che praticano e che insegnano la geometria applicata al progetto. Se il valore euristico del disegno, che è stato per secoli il mezzo attraverso cui il progettista esplorava l'ignoto, viene delegato a un sistema che produce output senza esperienza del processo, il rischio non è più quello di una geometria "morta", ma di una geometria "muta", formalmente eloquente, ma priva di quella consapevolezza teorica che consente di governarla, modificarla e adattarla. La risposta a questa eventualità non deve certo essere ricercata nel rifiuto dell'intelligenza artificiale, ma nella costruzione di una competenza geometrica che sappia istruirla ed interrogarla.

QUALE FUTURO?

Quale futuro dunque? La risposta è aperta. Forse le parole che riassumono al meglio quanto detto sino ad ora sono continuità e aggiornamento. Continuità con una tradizione che vede invariati i principi fondativi della disciplina rivendicandone le ragioni storiche, e aggiornamento dei propri strumenti con il conseguente ampliamento del proprio dominio.

Questa auspicata continuità non è esplicita. La 'zona grigia' della quale si è detto ha portato, negli anni, ad un paradosso nel panorama internazionale della ricerca e della didattica della geometria descrittiva. Da un lato, questa disciplina sembra aver perduto la propria denominazione originaria frammentandosi in diversi insegnamenti per effetto della sua evoluzione digitale, come dimostrano i neologismi introdotti in ambito didattico come *geometric modelling*, *computational geometry*, *parametric design*, *architectural geometry*; dall'altro, i contenuti di queste discipline appaiono come la continuazione, tecnologicamente aggiornata, degli obiettivi fondativi della disciplina, che continuano a vedere la forma come elemento centrale di interesse.

Permangono gli obiettivi, e dunque il controllo della forma attraverso la sua rappresentazione, e

permane l'ambito di applicazione, e cioè il dialogo fra la componente speculativa della geometria e la sua applicazione progettuale.

Come discretizzare una superficie curva in elementi fabbricabili? Come ottimizzare una forma affinché risponda simultaneamente a criteri geometrici, strutturali ed estetici? Come generare configurazioni spaziali complesse a partire da algoritmi governabili e comprensibili?

Sono domande che avremmo potuto leggere nei trattati di geometria descrittiva dell'Ottocento come nelle sperimentazioni degli architetti e degli ingegneri del secolo scorso.

Questa continuità opera oggi in un contesto di fruttuosa contaminazione fra i saperi, alimentata dall'introduzione del digitale come linguaggio condiviso, che ha progressivamente favorito l'interoperabilità fra ambiti di conoscenza che fino a pochi decenni fa operavano su piani separati. I confini disciplinari sono diventati permeabili; Geometria descrittiva, Geometria differenziale, Scienza delle costruzioni, come anche altre discipline che concorrono in maniera sinergica alla definizione geometrica della forma, trovano un terreno di convergenza nella condivisione degli strumenti digitali. Ma questi strumenti hanno introdotto anche un superamento di natura temporale. I vincoli di costruibilità una volta verificati a posteriori possono essere integrati nelle prime fasi generative della forma, e la discretizzazione ne è un caso esemplare.

In questa attualità permeabile, quelle che abbiamo riconosciuto come 'invarianti' della geometria descrittiva oltrepassano la loro dimensione storica. La centralità della forma come oggetto di conoscenza, il valore euristico del disegno - esteso oggi alla rappresentazione digitale - l'idea di costruzione come dimostrazione esistenziale delle figure, risuonano ancora oggi come riferimenti attuali, entro i quali si definisce la specificità disciplinare di chi studia la geometria della forma in una prospettiva progettuale.

Se le invarianti che abbiamo tracciato sono effettivamente operative, e se la continuità che abbiamo delineato non è una costruzione storiografica ma una struttura profonda del campo

disciplinare, allora nominare questa continuità significa renderla trasmissibile, attiva nella formazione, operativa nei processi di genesi del progetto.

Siamo convinti che riconoscere questi insegnamenti come Geometria descrittiva, nella sua forma attualizzata, sia la maniera più efficace per restituire identità alle ragioni teoriche e applicative della forma, e per consolidare quella consapevolezza critica che gli strumenti, da soli, non sono in grado di costruire.

Vogliamo concludere queste riflessioni ponendo l'accento su due questioni con le quali la geometria descrittiva è chiamata a confrontarsi, che ci appaiono particolarmente urgenti: la prima riguarda l'ambito della ricerca, che deve raccogliere le sfide poste dall'intelligenza artificiale con l'obiettivo di comprenderne e governarne gli effetti; la seconda riguarda l'ambito della didattica che, ricaduta della prima, deve guardare alla formazione delle nuove generazioni di progettisti restituendo centralità alle teorie geometriche della forma e ai suoi processi di costruzione attraverso l'uso consapevole degli strumenti digitali.

NOTE

[1] Si tratta dello spazio rappresentato; su un foglio da disegno secondo una lettura ottocentesca del termine, come anche nello spazio virtuale di un computer in una reinterpretazione attualizzata.

[2] Per approfondimenti sulle tappe fondamentali dell'evoluzione storica della geometria descrittiva si veda: Chiarenza Salvatore 2025.

[3] Chi scrive è allievo di questa scuola e porta avanti da diversi anni la maniera di intendere la geometria descrittiva come scienza della forma, nella sua dimensione teorica e applicativa; numerosi docenti dell'area romana contribuiscono a sviluppare queste istanze [Valenti, Carlevaris 2025].

[4] Si tratta del titolo di un film del 2015 dedicato al tema della Discretization in Geometry and Dynamics, sviluppato nell'ambito del progetto di ricerca SFB coordinato da Alexander Bobenko (www.discretization.de).

[5] Si definiscono reti di curve coniugate quei sistemi di curve di una superficie che si caratterizzano perché, in ogni punto, le tangenti alle curve di entrambe le famiglie individuano direzioni coniugate rispetto alla curvatura della superficie (Pottman et al. 2007, p. 677-686).

REFERENCES

Baglioni, L. (2012). Nuove applicazioni della geometria descrittiva: le PQ mesh nell'architettura contemporanea. *Disegnarecon*, 5, 269-278.

Baglioni, L., & Di Marzio, L. (2023). Il controllo della forma nelle superfici libere dell'architettura contemporanea. In M. Cannella, A. Garozzo, & S. Morena (Eds.), *Transitions. Cross Modulate Develop* (pp. 793-809). Milano: Franco Angeli.

Chiarenza, S., Salvatore, M. (2025). The Revealed Structure. Drawing between Construction and Form. *Disegno*, 17, 7-21.

De la Gournerie, J. (1860). *Traité de géométrie descriptive*. Paris: Mallet-Bachelier.

Emmerich, D.G. (1969). *Cours de Géométrie Constructive. Morphologie*. Paris: Ecole National Supérieure de Beaux-Arts.

Emmerich, D.G. (1986). *La forme crée la fonction!* Paris: Ecole d'architecture de Paris La Villette.

Enriquez, F. (1925). *Lezioni di geometria descrittiva*. Bologna: Nicola Zanichelli.

Evans, R. (1995). *The Projective Cast*. Cambridge, London: MIT Press.

Fiedler, G. (1874). *Trattato di geometria descrittiva*. Firenze: Successori Le Monnier.

Frère Gabriel Marie. (1920). *Géométrie descriptive. Exercices*. Exercices. Tours: Maisson Alfred mame et fils; Paris: J. De Gigord (Facsimile edition, Gacques Gabay 1991).

Hachette, J.N.P. (1822). *Traité de géométrie descriptive: comprenant*

les applications de cette géométrie aux ombres, à la perspective et à la stéréotomie. Paris: Corby.

Le Ricolais, R. (1940). *Essai sur les syseèmes réticulés à trois dimensions. Annales des ponts et chaussées. Mémoires et documents relatifs à l'art des constructions et au service de l'ingénieur*. 110° année VII.

Leroy, C.-F.-A. (1842). *Traité de Géométrie descriptive*. Paris: Bachelier.

Loria, G. (1935). *Metodi matematici*. Milano: Ulrico Hoepli.

McCleary, P. (1996). *Vision and paradox: an exhibition of the work of Robert Le Ricolais*. Catalogue of the exhibition, University of Pennsylvania.

Migliari, R. (2001). L'insegnamento della Geometria Descrittiva e delle sue applicazioni. In V. Franchetti Pardo (Ed.), *La Facoltà di Architettura dell'Università degli Studi di Roma "La Sapienza" dalle origini al duemila: Discipline, Docenti, Studenti* (pp. 277-288). Roma: Gangemi Editore.

Migliari, R. (2008). Il problema di Apollonio e la Geometria descrittiva. *Disegnare idee immagini*, 36, 22-37.

Migliari, R., De Carlo, L., Inzerillo, M., Corazzi, R. Cocchiarella, L. (2008). Un manifesto per il rinnovamento della geometria descrittiva. In B. Aterini, & R. Corazzi (Eds.), *La geometria fra didattica e ricerca* (pp. 188-193). Firenze: Area.

Migliari, R. (2009). *Geometria descrittiva*. Roma: Gangemi.

Monge, G. (1798). *Géométrie descriptive*. Paris: Baudouin.

Monge, G. (1795). Analyse appliquée à la géométrie. *Journal de l'École polytechnique*, II, 145-165.

Motro, R. (2007). Robert Le Ricolais (1894-1977) "Father of Spatial Structures". *International Journal of Space Structures*, 22 (4), 233-238.

Musmeci, S. (1979). La genesi della forma nelle strutture spaziali. *Parametro* 80, 13-33.

Pottman, H., Asperl, A., Hofer, M., & Kilian, A. (2007). *Architectural Geometry*. Bentley: Bentley Institute Press.

Sakarovich, J. (1998). *Épures d'architecture. De la coupe des pierres à la géométrie descriptive*. Basel, Boston, Berlin: Birkhauser Verlag.

Salvatore, M. (2023). Geometries in Motion in Kinetic Architecture. In M. Cannella, A. Garozzo, S. Morena (Eds.), *Transitions. Cross Modulate Develop* (pp. 2009-2024). Milano: Franco Angeli.

Valenti, G. M., & Carlevaris, L. (2025). Con lo sguardo verso i'm1. "Emergenze" di ricerca per la Geometria descrittiva. *Tribelion, disegno e rappresentazione dell'architettura, del paesaggio e dell'ambiente*, 3/25, 22-33.