



Roberto Corazzi

Laureato in Architettura e professore ordinario presso la Facoltà di Architettura dell'Università di Firenze e già docente di Fondamenti ed Applicazioni della Geometria Descrittiva e Rilievo Fotogrammetrico dell'Architettura. E' membro del Consiglio Scientifico dell'Istituto Italiano dei Castelli, del Comitato direttivo della Cicop net Italy.



Silvia Bertacchi

Laureata in Architettura Magistrale presso l'Università di Firenze. Culture della materia in Geometria Descrittiva e Dottore di Ricerca Europeo in Rilievo e Rappresentazione dell'Architettura e dell'Ambiente, è docente a contratto presso la Scuola di Ingegneria e Architettura dell'Alma Mater Studiorum-Università degli Studi di Bologna.

Documentazione dell'intradosso della Cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze tramite rilevamento fotogrammetrico *Structure from Motion (SfM)*

Documentation of the Dome of Santa Maria del Fiore in Florence through Structure from Motion photogrammetric survey (SfM)

Il contributo presenta i risultati delle recenti attività di rilevamento fotogrammetrico *Structure from Motion (SfM)* per la documentazione accurata della superficie intradossale della Cupola del Brunelleschi nella chiesa di Santa Maria del Fiore a Firenze, opera tardo-cinquecentesco dei pittori G. Vasari e F. Zuccari, raffigurante il *Giudizio Universale*. Basandosi sulla costruzione di un modello digitale 3D, mappato con una *texture* fotorealistica ad alto dettaglio, viene proposta l'elaborazione dei dati tridimensionali al fine di restituire lo sviluppo di alcune vele dell'oggetto di studio da impiegare come supporto per la determinazione a livello quantitativo degli interventi di manutenzione e restauro.

The paper presents the results of the recent activities of the Structure from Motion photogrammetric survey (SfM) for the accurate documentation of the intrados surface of Brunelleschi's Dome in the church of Santa Maria del Fiore in Florence, decorated with the late-sixteenth century Last Judgement, by the painters G. Vasari and F. Zuccari. Starting from the construction of a 3D digital model, mapped with a photorealistic high detailed texture, in this paper we propose the processing of the three-dimensional data of the case study aimed at the preparation of drawings and the development of some of the sectors as a support for the quantitative determination of intervention for maintenance and restoration.

Parole chiave: rilievo, restauro, sviluppo geometrico, SfM, Cupola del Brunelleschi, Firenze

Keywords: survey, restoration, geometrical development, SfM, Brunelleschi's Dome, Florence

INTRODUZIONE ALLA RICERCA

La documentazione attendibile del patrimonio architettonico, in special modo di quello monumentale, costituisce il momento preliminare alle fasi progettuali e conservative, indispensabile per la previsione degli interventi di restauro, tutela e valorizzazione dei Beni Culturali.

Attualmente le attività di rilevamento, fondamentali per la conoscenza morfometrica del manufatto, risultano agevolate grazie al progresso delle tecniche di misurazione strumentale, sempre più efficaci, che forniscono dati di ottima qualità con la contestuale riduzione delle operazioni di presa ed il raggiungimento di risultati finora impensabili in termini di affidabilità. In particolare, le tecniche di ultima generazione si basano su una duplice tipologia di acquisizione, ovvero mediante sensori attivi o passivi, che consentono di ottenere informazioni spaziali tridimensionali e di creare modelli digitali 3D con mappature fotorealistiche destinati ad una molteplicità di utilizzi, che vanno ben oltre la semplice attività di documentazione un tempo affidata al rilievo.

Nel contesto odierno, dove è sempre più indispensabile il dialogo interdisciplinare tra professionalità specifiche, l'utilizzo critico delle nuove tecnologie di rilievo digitale e la possibilità di facile divulgazione dei dati tridimensionali rendono questo tipo di documentazione uno strumento eccellente per i molteplici protagonisti dell'intervento sull'esistente, permettendo un interscambio proficuo a favore della qualità del progetto.

In quest'ottica, al rilevatore spetta in primo luogo il ruolo di esperto della documentazione, ma, specialmente se preparato nella geometria, anche di interpretazione delle forme del costruito per investigare il progetto del passato alla luce delle moderne indagini condotte con strumentazione affidabile e controllabile [1].

L'applicazione del rilievo digitale alla documentazione, infatti, permette un'accuratezza metrica finora impensabile anche su oggetti complessi, quali la Cupola del Brunelleschi nella chiesa di Santa Maria del Fiore a Firenze (fig. 1), che presentano una non semplice acquisizione a causa delle grandi dimensioni della struttura, della sua

posizione a circa 55 metri da terra e dalle condizioni logistiche di presa dell'ampio spazio voltato. Il presente contributo propone i primi risultati del recente rilevamento fotogrammetrico non convenzionale basato su software *Structure from Motion* [2], finalizzato alla documentazione rigorosa della superficie pittorica dell'intradosso della Cupola tramite la creazione di un modello digitale 3D *image-based* [3], completo di *texture* fotorealistica, che permetta anche lo sviluppo corretto dell'intradosso delle vele, fornendo un elaborato essenziale per eventuali interventi, tra cui principalmente la manutenzione ed il restauro.

OGGETTO DELLO STUDIO

L'imponente Cupola venne costruita su progetto di Filippo Brunelleschi in un lasso di tempo relativamente breve, che vide il completamento della struttura voltata, eretta sul tamburo ottagonale, tra il 1420 ed il 1436 [4]. Dal termine dei lavori dovettero invece passare diversi decenni prima dell'inizio della fase decorativa della calotta interna e, nel frattempo, il primigenio progetto che



prevedeva un rivestimento a mosaico fu abbandonato in favore dell'affresco dell'estesa superficie intradossale, pari a circa 3.600 mq [5], più leggero e meno oneroso.

La decorazione pittorica, procrastinata a causa degli eventi bellici, venne finanziata dal Granduca di Toscana Cosimo I de' Medici più di un secolo dopo la chiusura del cantiere di costruzione, a partire dal 1571. L'ideazione del ciclo pittorico che doveva raffigurare *Il Giudizio Universale*, fu affidata al noto pittore aretino Giorgio Vasari, consigliato sugli aspetti teologici dal priore benedettino don Vincenzio Borghini, incaricato di assicurare alla composizione un'adeguata comunicazione ai fedeli in linea con i precetti tridentini. La composizione era risolta mediante l'adozione di schemi figurativi statici dislocati su cinque livelli sovrapposti basati su scene tratte da antico e nuovo Testamento, con la figura del Cristo giudice che domina tutta la composizione della vela orientale in corrispondenza dell'abside (fig. 2).

A partire dal 1572 si svolge la prima fase di pittura a fresco ad opera di Vasari, arrivando a dipingere in circa due anni solo un terzo della superficie; dopo la morte dell'artista subentrò nel cantiere l'urbinate Federico Zuccari, che terminò gran parte delle raffigurazioni con tecniche pittoriche differenti discostandosi dai disegni preparatori del Vasari, in special modo nella zona inferiore dove sono rappresentati i peccatori nell'inferno.

Nonostante le varie vicissitudini storiche, i sismi occorsi e le condizioni di degrado determinate dal trascorrere dei secoli, attualmente gli affreschi si presentano in buone condizioni grazie al restauro intrapreso tra gli anni Ottanta ed il 1995 per la pulitura degli affreschi dagli accumuli del nerofumo e la reintegrazione delle lacune e dei danni dovuti all'umidità, specialmente nella parte sommitale.

CRITERI METODOLOGICI DI DOCUMENTAZIONE

Dal punto di vista della documentazione della Cupola, nei cinque secoli dalla sua costruzione si sono succedute numerose attività di rilievo con lo scopo comune di studiare approfonditamente il sistema costruttivo e la geometria conaturata alla realizzazione della struttura [6].

Ogni elaborazione storica risulta oggi una pre-



Fig. 1. (nella pagina precedente) L'imponente Cupola del Brunelleschi nella skyline fiorentino. Foto di S. Bertacchi.

Fig. 2. Immagine fotografica dell'intradosso della Cupola, che rappresenta "Il Giudizio Universale" di Vasari e Zuccari (tardo XVI sec.). Il ciclo affrescato dalle otto vele si dispone in cinque livelli, che sono così suddivisi: in basso i settori dell'inferno, divisi per i sette peccati capitali, dominati dalla raffigurazione del diavolo nella vela occidentale; a livello degli "occhi inferiori" le triadi di personificazioni delle Virtù e delle Beatitudini attorniate da angeli tubicini; più in alto, il Cristo giudice nella vela orientale, affiancato dalla Corte celeste, dagli eletti e dai santi; a livello degli "occhi superiori" il coro degli angeli; in sommità, in corrispondenza del serraglio, i ventiquattro vegliardi coronati. Foto di S. Bertacchi.

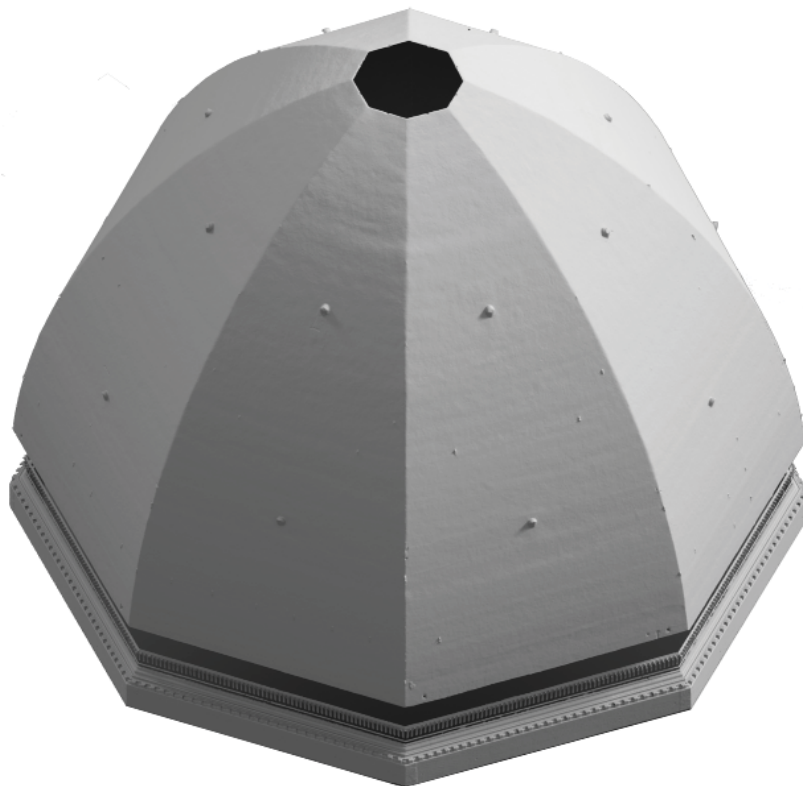


Fig. 3. Modello *mesh* dell'intradosso della cupola creato a partire dalla nuvola di punti da laser scanner. L'alta risoluzione della scansione permette di generare un modello dettagliato della superficie reale, utile ad esempio per il monitoraggio dello stato fessurativo del manufatto.

ziosa fonte di informazioni, sebbene vada considerata l'obsolescenza dei mezzi tecnici e delle metodologie di rilevamento del passato rispetto all'incremento del livello di accuratezza derivato dall'ammodernamento delle tecnologie¹.

È da sottolineare che le attività di rilievo eseguite a partire dal XX secolo, finalizzate soprattutto alla registrazione del quadro fessurativo e ai relativi interventi di restauro [7], si sono avvalse di strumentazione sempre più avanzata, alla quale è corrisposta una maggiore affidabilità dei dati ottenuti [8]².

In anni recenti si sono moltiplicate le analisi di tipo strumentale sull'intradosso della calotta

interna e l'estradosso della calotta esterna del monumento, anche mediante laser scanner, e la cupola è stata oggetto di diverse indagini finalizzate all'approfondimento di importanti tematiche, come la ragione geometrica del profilo acuto delle vele impostato su base ottagonale o dell'andamento a spinapesce dell'apparecchiatura degli elementi laterizi, portando a formulare diverse ipotesi costruttive e inerenti la genesi geometrica, che prendono i presupposti dallo studio diretto dei dati metrici per trarre conclusioni generali applicabili all'intera struttura [10].

Allo stato attuale delle conoscenze e dello sviluppo tecnologico sappiamo che la migliore cor-

rispondenza tra il manufatto reale ed il modello geometrico ottenuto dalla cattura dati è fornito dal rilievo digitale. Difatti, la possibilità di acquisizione offerta da una campagna laser scanner 3D è ad oggi ineguagliabile sia per accuratezza che per affidabilità metrica, nonché relativamente rapida in fase di acquisizione, nonostante i lunghi tempi necessari al trattamento dei dati al fine di renderli fruibili per una molteplicità di possibili utenti.

A questa tecnologia, già applicata alla documentazione dei Beni Culturali da diversi anni, si è affiancata recentemente la possibilità di ricostruire scene tridimensionali a partire da immagini fotografiche digitali, con l'ulteriore beneficio di as-

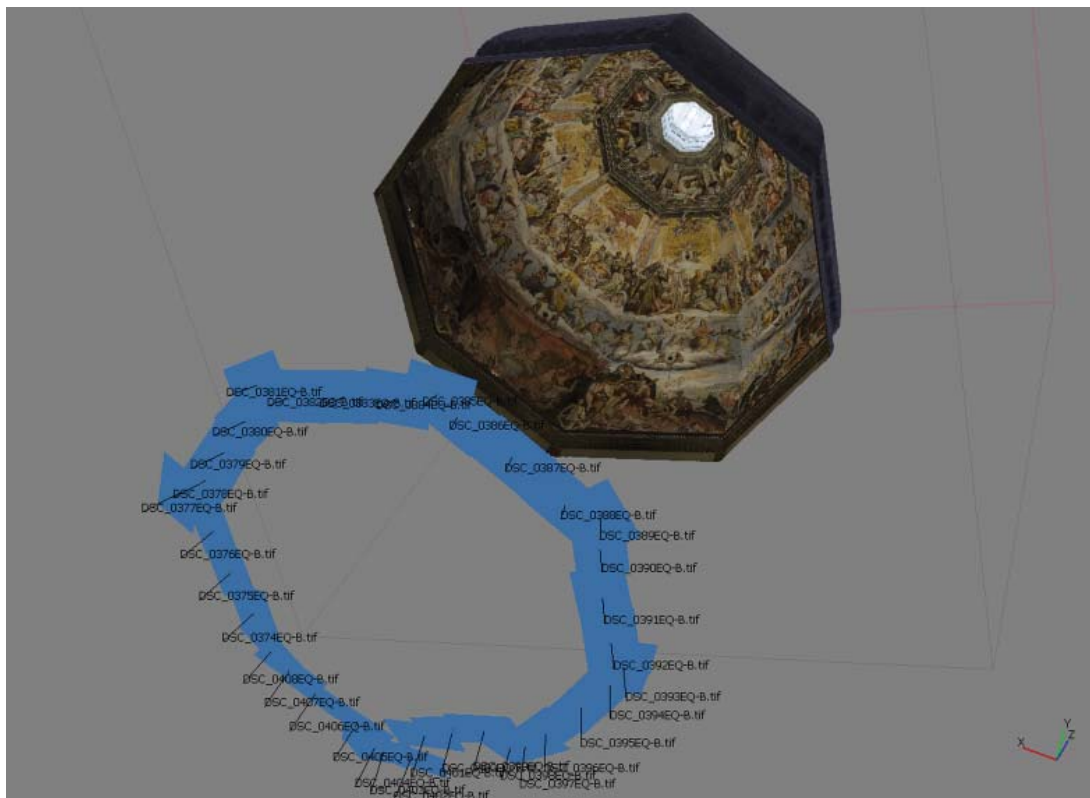


Fig. 4. Modello digitale 3D completo di mappatura fotorealistica ad alto dettaglio degli affreschi della Cupola di Santa Maria del Fiore, ottenuto tramite programmi di fotomodellazione *SfM*.

sociare alla rigorosa documentazione dell'estensione fisica dei manufatti, anche una restituzione fotorealistica ad alto dettaglio che raccolga informazioni imprescindibili in fase di studio dei fenomeni di degrado e delle qualità cromatiche delle superfici pittoriche, e che possa fornire elaborati di supporto ai successivi interventi, non fermandosi alla sola rappresentazione dell'esistente. Nel caso della Cupola del Brunelleschi, sono state integrate entrambe le tipologie di rilevamento al fine di ottenere un modello digitale 3D dell'intradosso per indagare la struttura voltata sia nell'aspetto strutturale che in quello decorativo. La campagna di rilevamento laser scanner 3D

(Leica HDS 3000), risalente al 2006 (GeoArte S.T.A.), ha fornito i dati metrici relativi alla calotta interna (la porzione di nuvola di punti considerata è costituita da 22.529.260 punti).

La nuvola di punti catturata dal dispositivo a sensore attivo è stata convertita in un modello poligonale ad alto dettaglio (fig. 3), descrittivo dello stato morfometrico e fessurativo della struttura, che rappresenta le irregolarità dell'intera superficie documentata [11].

Il supporto fornito da questo modello per la conoscenza dell'andamento geometrico degli otto settori voltati si è rivelato basilare per la comprensione della genesi geometrica della struttura

[12]; tuttavia rimaneva ancora irrisolta la descrizione accurata e rappresentativa delle caratteristiche cromatiche del ciclo affrescato interno.

DALLE FOTOGRAFIE AL MODELLO DIGITALE 3D MAPPATO

Sebbene la vecchia campagna di rilievo avesse previsto l'acquisizione di una nuvola colorizzata, l'evidente mancanza di aderenza fra geometria superficiale e immagine mappata non permettevano di descrivere in maniera corretta la superficie intradossale di tutte le vele, probabilmente imputabile ad un problema di parallasse fra il centro di emissione del segnale



Fig. 5. Proiezione zenitale degli affreschi tardo-cinquecenteschi ottenuta dal modello tridimensionale mappato.

laser ed il sensore della macchina fotografica inclusa in tale apparecchiatura.

Rispetto a soluzioni che prevedono la riproiezione e la mosaicatura manuale per ogni singolo fotogramma a seguito di una laboriosa individuazione dell'orientamento esterno ed interno di ciascuna immagine [13, 14], è stata preferita la creazione di un nuovo modello tridimensionale a partire da una campagna fotografica per la foto-modellazione con programmi basati su *SfM*, effettuata nel settembre 2014 con lo scopo di descrivere in maniera adeguata la porzione affrescata interna. Le immagini digitali ad alta risoluzione, acquisite con una fotocamera reflex Nikon D5100, sono state scattate con l'ausilio di un treppiede sia all'altezza del secondo ballatoio superiore del tamburo (primo set), avendo accesso anche alle zone non solitamente aperte al pubblico, che a livello del pavimento del coro (secondo set).

Il secondo set di immagini è costituito da soli 35 fotogrammi ad alta risoluzione (3264x4298 pixel, distanza focale 34 mm, ISO 100), che danno ri-

sultati ottimali per la generazione del modello e della sua *texture*, anche se a discapito di una sottile striscia del livello decorativo inferiore, schermata dalla presenza delle vetrate di protezione del passaggio riservato ai turisti per l'accesso alla cupola e dal parapetto del ballatoio alla sommità del tamburo, in funzione della posizione meno elevata dell'operatore al momento dello scatto. Anche a partire da un numero limitato di fotogrammi, il programma basato su *SfM* riesce a ricostruire un modello fedele all'oggetto e con una *texture* ad alto dettaglio, ottimizzando i tempi necessari alla post-produzione e rendendo facilmente gestibile e visualizzabile il modello stesso, sia in ambito virtuale che nelle operazioni di creazione delle mappature attraverso altri *software* di appoggio [15].

Per entrambe le sessioni fotografiche, la modalità di acquisizione ha previsto impostazioni manuali per evitare un settaggio automatico dei valori di ISO, che avrebbero incrementato il fenomeno del rumore nelle immagini, e distanza focale e apertura del diaframma costanti, che sono state mantenute invariate all'interno del medesimo set di ripresa. Il formato di acquisizione (.RAW) ha garantito la qualità del dato catturato, evitando compressioni distruttive e perdita di informazioni nella fase di trattamento dei fotogrammi.

Particolare attenzione è stata riservata soprattutto alla fedeltà del colore ed all'eliminazione delle dominanti cromatiche ambientali dovute alla presenza dell'illuminazione artificiale interna [16], catturando le immagini con un riferimento colore rappresentato da un pannello Lastolite Grey Panel (30 cm), per poter operare un successivo bilanciamento del bianco in fase di editing delle immagini in Adobe Camera Raw [17].

Una volta bilanciate le immagini sono state processate nel software Agisoft PhotoScan Professional (versione 1.0), che attraverso una successione di passaggi consequenziali ha portato alla generazione del modello a *mesh* poligonale dell'intradosso, dapprima rintracciando i punti omologhi fra fotogrammi, ricostruendo in seguito una nuvola densa dell'oggetto (3.148.216 punti) ed infine la corrispondente *mesh* poligonale (6.291.868 poligoni) (fig. 4).

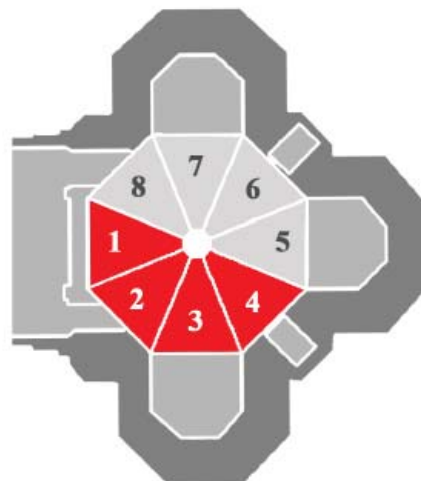


Fig. 6. Schema di riferimento per le vele prese in considerazione per lo sviluppo: settori 1-4.

I dati da laser scanner a disposizione dal precedente rilievo hanno in questa sede risolto il problema della scala del modello, permettendo di associare a punti notevoli individuati nelle foto le coordinate spaziali della nuvola di punti, senza necessità di un'ulteriore integrazione con un rilievo topografico [18].

Il modello ottenuto è stato poi sottoposto ad una prima fase di *texturing* ad alta risoluzione dell'intera superficie intradossale al fine di descrivere l'aspetto cromatico e lo stato di conservazione degli affreschi [19], con la possibilità di esportare orto-foto dettagliate delle vele della cupola, come quella zenitale in figura 5, completa delle informazioni del colore degli affreschi e in scala.

LO SVILUPPO DELLE VELE

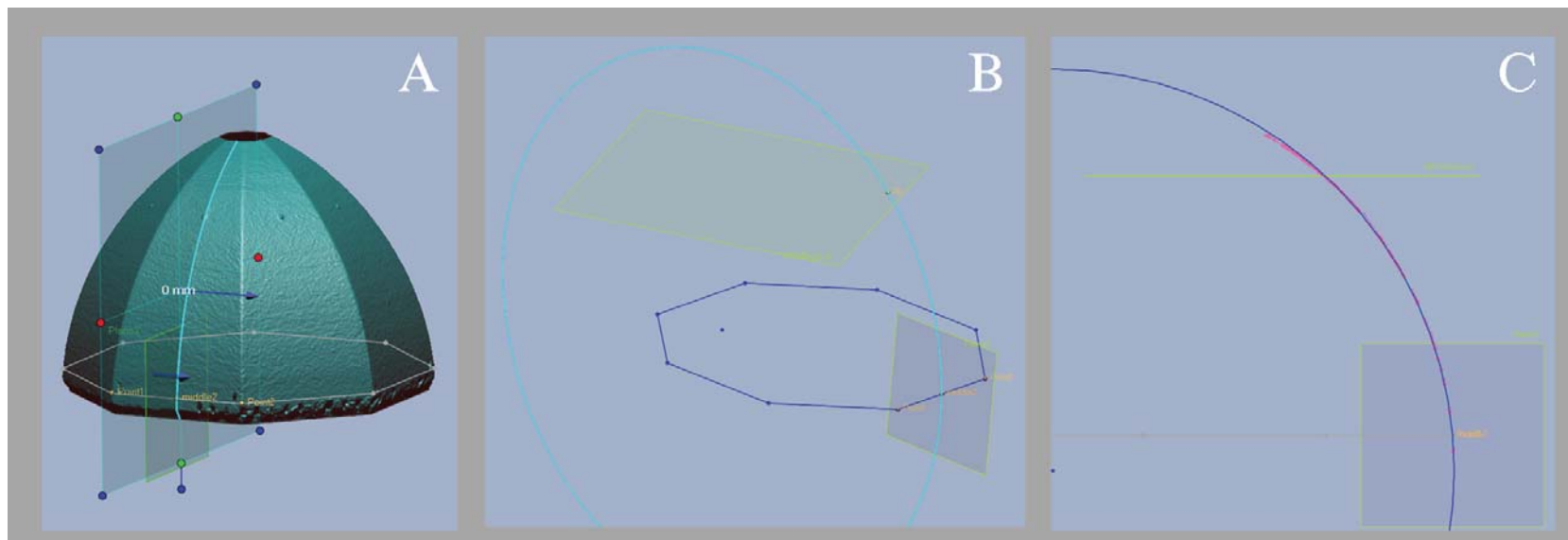
Oltre ai vantaggi della fruizione interattiva, la creazione del modello tridimensionale ha permesso di ottenere lo sviluppo piano dei settori delle vele, che è un elaborato essenziale per la determinazione a livello quantitativo degli eventuali interventi di restauro, poiché registra le raffigu-

razioni delle vele della cupola in una *texture* un alto dettaglio.

Per quanto riguarda lo sviluppo della superficie voltata sono state prese in considerazione quattro delle otto vele complessive che formano la cupola (1: settore Ovest, 2: settore Sud-Ovest, 3: settore Sud, 4: settore Sud-Est) (fig. 6).

Per l'ottenimento di uno sviluppo rigoroso della superficie di una vela si è rivelato indispensabile l'utilizzo di più applicativi (di *reverse modelling*, di fotogrammetria digitale e di modellazione tridimensionale per l'*entertainment*), sebbene sia stato necessario introdurre alcune semplificazioni per quanto concerne i valori di scostamento tra modello *image-based* e da modellazione, in un intervallo di errore prestabilito ed ammissibile.

Prima di tutto occorre sottolineare che ai fini di un corretto sviluppo di un settore voltato, si è proceduto a ricostruire la superficie tridimensionale di ciascuna vela in modo che potesse essere assimilabile ad una porzione di superficie di natura cilindrica, quindi sviluppabile per costruzione. Per conseguire l'aderenza alla realtà e visto che,



come è noto, la base ottagonale del tamburo di imposta della cupola non è regolare [20], si è proceduto con la modellazione di una vela alla volta, partendo dai dati metrici ottenuti dal modello *Structure from Motion*.

Il modello poligonale ottenuto in Agisoft PhotoScan mediante la ricostruzione della scena 3D è stato esportato in formato .PLY verso l'applicativo di *reverse modelling* INUS Technology Rapidform XOR3, per ottenere sezioni orizzontali e verticali come intersezioni della *mesh* con piani di riferimento impostati dall'utente (fig. 7 A).

In questo modo è stato possibile documentare in maniera aderente al reale l'andamento della superficie delle vele e ridisegnare le sezioni fondamentali della base ottagonale e del profilo acuto, utilizzando primitive quali i cerchi di *best fitting* che risultano ancorati agli elementi del modello poligonale importato (fig. 7 B-C).

È da notare che la sezione nella mezzeria della vela ottenuta con un piano di riferimento verticale ha messo in evidenza che l'andamento delle vele in generale varia tendendo a cambiare cur-

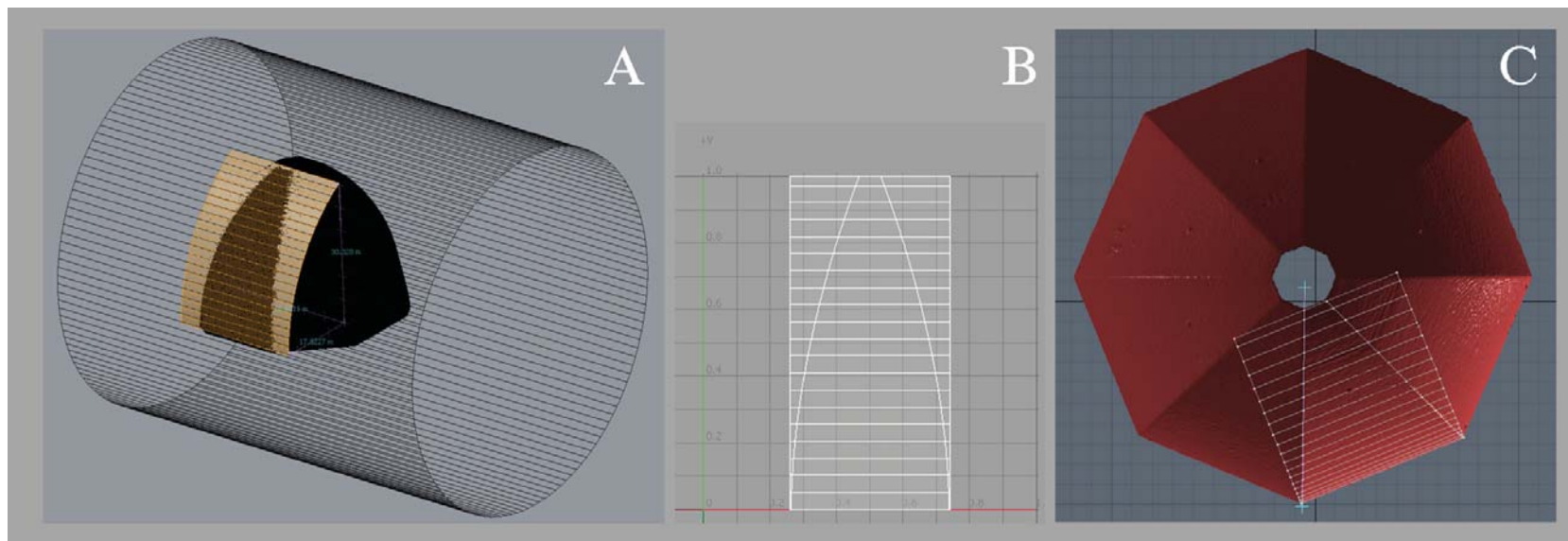
vatura nella parte sommitale, con tutta probabilità in corrispondenza del serraglio che conclude la struttura della Cupola.

Dal momento che i programmi di modellazione inversa permettono a partire da una sezione di individuare una figura geometrica di *best fitting* (in generale primitive quali segmenti, archi di cerchio, ecc.), si è preferito nel caso della sezione intermedia di ciascuna vela procedere come segue:

- estrazione automatica del cerchio di *best fitting* a partire dalla sola porzione di sezione compresa fra l'imposta della cupola e la base inferiore del serraglio;
- determinazione di un cerchio in continuità di tangenza con il cerchio di *best fitting* mediante costruzione geometrica facilitata dagli strumenti di *reverse modelling* dell'applicativo.

Una volta ottenute tali geometrie di riferimento e cioè per ciascuna vela due cerchi (uno più grande per approssimare la zona inferiore e uno più piccolo nell'area del serraglio) si è provveduto ad estrarle normalmente ai piani verticali di mezzeria delle singole vele.

Fig. 7. Fase di estrazione delle curve primitive dalla mesh ottenuta da SfM nel programma di *reverse modelling*.



I cilindri così ottenuti, pur essendo approssimazioni poligonali, sono generati già parametrizzati: in altri termini sono già sviluppati nello spazio parametro (u,v) comunemente impiegato per l'applicazione di *texture* [21].

La possibilità di interrogare in Rapidform le proprietà degli enti geometrici approssimanti ha permesso di creare porzioni di cilindri aderenti alla superfici originali da *SfM* (fig. 8).

L'affidabilità di queste informazioni estratte dal modello secondo un flusso di lavoro omogeneo e replicabile garantisce all'intero processo la possibilità di essere ripetuto da altri utenti e in modo analogo per ciascuna delle vele.

Lo stesso vale per la realizzazione dello sviluppo dei cilindri formanti le singole vele, poiché si è intenzionalmente evitato il ricorso a tecniche di mappatura (u,v) interattiva, visto che non è dato sapere come e in che misura gli algoritmi di mappatura facciano discostare la distensione del modello sul piano (u,v) rispetto ad uno sviluppo geometricamente rigoroso [22].

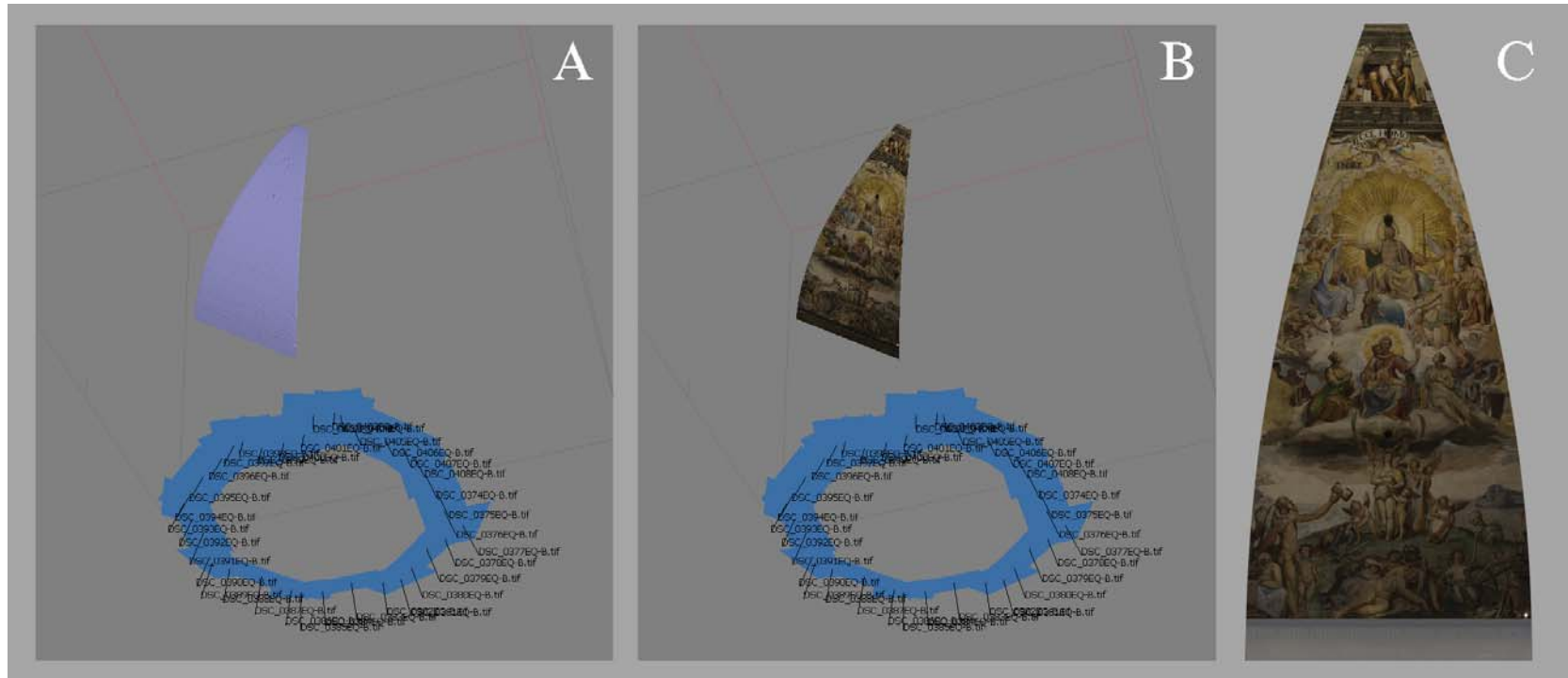
In seguito della ricostruzione dei singoli spicchi

con poligoni quadrangolari e perfettamente sviluppati nello spazio parametro³, è stato possibile re-importare le singole vele in Agisoft PhotoScan per la mappatura finale, che in realtà verrà limitata alla sola operazione di miscelazione dei fotogrammi e di salvataggio del risultato in (u,v) considerato che la parametrizzazione/sviluppo è stata previamente eseguita attraverso l'uso combinato di programmi di modellazione inversa e per l'*entertainment* (fig. 9).

Le caratteristiche di generazione della *mesh* impostate a priori nel programma di modellazione hanno permesso di ovviare ai problemi che si presentano solitamente nella fase di *texturing* per la mappatura nello spazio parametro (u,v).

In Agisoft PhotoScan è infatti possibile specificare che l'operazione di mappatura si avvalga della parametrizzazione eseguita in Luxology Modo (versione 701) per ottenere uno sfruttamento ottimale dello spazio del sistema di riferimento dell'*UV map* rispetto alla superficie dei poligoni nello spazio (x,y,z), l'annullamento di isole e frammenti incontrollati della *texture* e la corrispondenza

Fig. 8. Fase di modellazione del cilindro e taglio della vela parametrizzata.



dell'area sviluppata al settore correlato del modello 3D. Il risultato del processo è un elaborato che rappresenta in vera grandezza i settori della cupola, fornendo lo sviluppo piano ad alto dettaglio della superficie affrescata (fig. 10).

CONCLUSIONI E FUTURE RICERCHE

Con il sempre più rapido avanzamento di tecnologie, software e procedure, abbiamo a disposizione diversi nuovi strumenti per la documentazione e la gestione dei manufatti monumentali di notevole interesse, le cui dimensioni e peculiarità decorative fino ad oggi risultavano problematiche in fase di acquisizione e difficili in fase di restituzione. Grazie al connubio tra acquisizione e modellazione 3D e ricostruzione degli oggetti in ambiente virtuale a partire dalle foto digitali possiamo otte-

nere elaborati metricamente affidabili e matericamente descrittivi, ottenendo viste ortografiche di alta qualità e persino lo sviluppo piano degli elementi, utili come elaborati di supporto per le operazioni relative al progetto di restauro.

RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia l'Opera di Santa Maria del Fiore e il dott. Giuseppe Giari dell'Archivio Fotografico per i permessi accordati per la campagna di documentazione fotografica, realizzata il 7 settembre 2014. I dati da scanner laser provengono dal rilievo della ditta Geoarte S.T.A. di Arezzo (anno 2006).

Fig. 9. Fase di riproiezione della texture sulla porzione della vela parametrizzata reimportata in Agisoft PhotoScan e risultato dello sviluppo della vela orientale (setto 5).



Fig. 10. Lo sviluppo dei quattro settori affrescati della Cupola.

NOTE

1. Nel tempo si sono succeduti diversi eventi sismici che hanno sicuramente provocato variazioni nell'assetto statico dell'intero edificio, compresa la struttura della cupola, che inoltre è soggetta alle dilatazioni termiche determinate dal variare delle stagioni. Pertanto anche con il più affidabile degli strumenti, esisterebbe un divario tra due rilievi eseguiti in periodi dell'anno differenti.

2. I primi rilievi fotogrammetrici erano stati effettuati nell'autunno del 1968 a cura di una pluralità di enti di ricerca e professionisti (Officine Galileo di Firenze, E.I.R.A. di Firenze, Centro Scientifico IBM di Pisa, Università di Firenze). Sebbene queste tecniche fossero ancora in corso di sperimentazione all'epoca di svolgimento delle attività, la fotogrammetria costituiva un avanzamento notevole nella precisione e nell'accuratezza di misurazione rispetto alle prese dirette con metodi tradizionali, tanto che venne registrata con una precisione maggiore l'asimmetria del tamburo e degli elementi principali del monumento. I più recenti rilievi mediante fotogrammetria convenzionale sono stati eseguiti dalla ditta FO.A.R.T. di Parma nel 1995 su incarico della Soprintendenza e i risultati sono stati pubblicati nel 2004 [9].

3. La procedura è valida nella sezione presa in considerazione (la mezzera della vela, il cui sviluppo è ottenuto per costruzione), mentre si scosta progressivamente fino ad arrivare ai costoloni, dove il modello non è continuo e i settori ricostruiti sono indipendenti.

BIBLIOGRAFIA

[1] Cipriani, Luca, Fantini, Filippo, Bertacchi, Silvia (2013), *Criteri di indagine degli spazi voltati nell'ambito dell'architettura storica e in archeologia*, in *SCIRES-IT, Scientific REsearch and Information Technology, Ricerca Scientifica e Tecnologia dell'Informazione*, Vol. 3, n. 2, 2013, pp. 101-134. DOI: 10.2423/122394303v3n2p101.

[2] Remondino, Fabio, El-Hakim, Sabry F., Gruen, Armin, Zhang, Li (2008), *Turning Images into 3-D Models. Developments and performance analysis of image matching for detailed surface reconstruction of heritage objects*, in *IEEE Signal Processing Magazine*, 25, 4, pp. 55-65.

[3] Remondino, Fabio, El-Hakim, Sabry (2006), *Image-based 3D modelling: a review*, in *The Photogrammetric Record*, 21 (115), pp. 269-291.

[4] Corazzi, Roberto (2013), *La Cupola del Brunelleschi, Il segreto della costruzione*, Angelo Pontecorboli Editore, Firenze.

[5] Acidini Luchinat, Cristina (1995), *Il Giudizio Universale nella cupola e altre pitture*, in Gurrieri, Francesco, Acidini Luchinat, Cristina (a cura di), *La cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze*, Cassa di risparmio di Firenze, Firenze, Voll. II, pp. 303-332.

[6] Corazzi, Roberto, Bertacchi, Silvia (2014), *Il tempo dei rilievi: rappresentazione della Cupola del Brunelleschi a Firenze nei secoli. Lifetime of surveys: representations of Brunelleschi's Dome in Florence over the centuries* in Giandebiaggi P., Vernizzi C. (a cura di), *36° Convegno Internazionale dei Docenti della Rappresentazione, Undicesimo Congresso UID, Italian survey and international experien-*

ce, Parma, 18, 19, 20 settembre 2014, Gangemi Editore, Roma, pp. 225-232.

[7] Di Pasquale, Salvatore (2002), *Brunelleschi: la costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore*, Marsilio, Venezia.

[8] Ferri, Walter, Fondelli, Mario, Franchi, Paolo, Greco, Francesco (1971), *Il rilevamento fotogrammetrico della Cupola di "S. Maria del Fiore" in Firenze*, in *Bollettino di geodesia e scienze affini*, anno XXX, n. 3, luglio-agosto-settembre 1971, Istituto Geografico Militare Firenze, Firenze, pp. 159-222.

[9] Dalla Negra, Riccardo (a cura di) (2004), *La Cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze: il rilievo fotogrammetrico*, Sillabe, Livorno.

[10] Corazzi, Roberto, Conti, Giuseppe (2011), *Il segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze. The Secret of Brunelleschi's Dome in Florence*, Angelo Pontecorboli Editore, Firenze.

[11] Bertacchi, Silvia (2014), *Brunelleschi's Dome: an overview through 3D digital model about geometrical genesis and proportional theories*, in Schöcker H-P., Husty M. (a cura di), *Proceedings of the 16th International Conference on Geometry and Graphics, Innsbruck, August 4-8, 2014*, Innsbruck University Press, Austria, pp. 130-141.

[12] Bertacchi, Silvia (2014), *3D digital models of Brunelleschi's Dome for geometrical analysis*, in *Domes and Cupolas, An International Journal for Architecture, Engineering, Conservation and Culture*, Pontecorboli Editore, Firenze, Vol. 1, n. 2, pp. 57-65.

[13] Merlo, Alessandro, Fantini, Filippo, Lavoratti, Gaia, Aliperta, Andrea, López Hernández, José

Leonel (2013), *Texturing e ottimizzazione dei modelli digitali reality based: la chiesa della Compañia de Jesús*, in *DISEGNARECON 12*, pp. 1-14.

[14] Martínez-Espejo Zaragoza, Isabel, Caroti, Gabriella, Piemonte, Andrea (2014), *Image-based modeling techniques for the creation of high-quality texture in laser scanner model: a case study in frescoed vault*, in *ICONARCH II International Congress of Architecture Innovative approaches in Architecture and Planning 20-22 November 2014, Konya*, pp. 100-113.

[15] Lerma, José Luis, Cabrelles, Miriam, Navarro, Santiago, Fabado, Santiago (2013), *From Digital Photography to Photogrammetry for Cultural Heritage Documentation and Dissemination*, in *DISEGNARECON 12*, pp. 1-8.

[16] Cipriani, Luca, Fantini, Filippo, Bertacchi, Silvia (2014), *Affidabilità ed ottimizzazione del texturing del colore apparente dei modelli da sensori attivi e passivi: casi studio nel settore dei Beni Culturali*, in Rossi M., Marchiafava V. (a cura di), *Colore e Colorimetria. Contributi Multidisciplinari. Atti della Decima Conferenza del Colore, Università degli Studi di Genova, Genova, 11-12 settembre 2014*, Santarcangelo di Romagna (RN), Maggioli S.p.A., Vol. X A, pp. 23-35.

[17] Apollonio, Fabrizio I., Gaiani, Marco, Fallavolita, Federico, Ballabeni, Massimo, Guidazzoli, Antonella, Liguori, Maria Chiara, Baglivo, Antonio, Felicori, Mauro, Virgolin, Luigi (2013), *Un sistema informativo in divenire per la candidatura dei portici di Bologna a sito UNESCO*, in *UID, Patrimoni e Siti UNESCO, Memoria, Misura e Armonia. 35° Convegno Nazionale dei Docenti della Rappresentazione, Matera 24-26 ottobre 2013*, pp. 39-48.

[18] Remondino, Fabio, Spera,

Maria Grazia, Menna, Fabio, Nex, Francesco (2014), *State of the art in high density image matching*, in *The Photogrammetric Record*, 29 (146), pp.144-166. DOI: 10.1111/phor.12063.

[19] Apollonio, Fabrizio I., Ballabeni, Massimo, Cipriani, Luca, Fallavolita, Federico, Fantini, Filippo, Gaiani, Marco (2014), *La produzione dei modelli 3D per il sistema informativo dei Portici di Bologna*, in *Incarcos. Ingegneri, Architetti, Costruttori*, anno LXIX, 737, 2, pp. 49-55.

[20] Corazzi, Roberto, Conti, Giuseppe, Marini, Stefania (2005), *Cupola di Santa Maria del Fiore: tra ipotesi e realtà: studi e ricerche per un'indagine avanzata*, Pitagora, Bologna.

[21] Fantini, Filippo, *Teorie e tecniche della rappresentazione numerica o poligonale*, in Migliari, Riccardo, *Geometria Descrittiva*, CittàStudi Edizioni, Novara, vol. II, cap. 2, pp. 60-94.

[22] Lévy, Bruno, Petitjean, Sylvain, Ray, Nicolas, Maillot, Jérôme (2002), *Least Squares Conformal Maps for Automatic Texture Atlas Generation*, in *ACM SIGGRAPH 2002 Conference Proceedings on Computer graphics and interactive techniques*, pp. 362-371.