

**LEONARDO PARIS**

Architetto, professore associato della Sapienza "Università di Roma". I suoi interessi didattico-scientifici riguardano la geometria descrittiva ed il rilievo digitale integrato. Da anni si occupa di rilievo dell'architettura sperimentando la metodologia che utilizza lo scanner laser 3D e la fotogrammetria digitale in relazione alla possibilità di interazione e integrazione dei dati.

**WISSAM WAHBEH**

Architetto, dottore di ricerca in rappresentazione e rilievo dell'Architettura e dell'Ambiente. Ricercatore post-doc nel University of Applied Sciences and Arts Northwestern Switzerland FHNW. Svolge attività di ricerca ed insegnamento nell'ambito di disegno e modellazione informatica, specializzato nel rilievo e il Building Information Modeling.

Rilievo e rappresentazione delle geometrie parametriche per l'HBIM

Survey and representation of the parametric geometries in HBIM

Nell'analisi formale di una architettura storica si possono distinguere diverse geometrie, da quelle semplici (di muri, travi, pilastri, solai ecc.) a quelle più complesse difficilmente riconducibili a geometrie regolari (a prevalente carattere scultoreo). Vi sono alcuni elementi con geometrie complesse ma comunque traducibili per mezzo di modelli matematici. Alcune forme sono poi spesso ricorrenti, apparentemente diverse, ma riconducibili a matrici comuni, che possono essere pertanto parametrizzati. L'attività di rilievo in questi casi si esplica nel rilevare non la forma nella sua complessità ma solo gli elementi parametrici, facendo poi gli opportuni riscontri tra i parametri variabili del modello elaborato in ambiente HBIM e altri modelli ricavati da *point cloud*. Su questo tema è stata fatta una prima sperimentazione nel rilievo della Scala Regia in Vaticano.

In the formal analysis of historical architecture, different geometries could be distinguished, from simple (walls, beams, columns, slabs, etc.) to more complex ones which could hardly be modelled through regular geometries (predominantly sculptural character). There are some complex geometry elements which could be processed anyway by means of mathematical models. Some forms are then often recurrent, apparently different, but associated to common matrices, which could be therefore parameterized. In these cases the survey does not concern the form in its complexity, but only the parametric elements, then creating the needed relationship between the variable parameters in the Building Information Model and other models derived from point cloud. On this topic a first experiment was made in the survey of the "Scala Regia" in the Vatican.

Parole chiave: rilievo, modellazione parametrica, 3d shape acquisition, Scala Regia, HBIM.

Keywords: survey, parametrical modeling, 3d shape acquisition, Scala Regia, HBIM

PREMESSA

Nel corso del '900 il rilievo dell'architettura si consolida come vera e propria disciplina scientifica attraverso cui compiere tutte le fondamentali operazioni di conoscenza di un determinato contesto spaziale. Il rilievo dell'architettura si esplica attraverso l'integrazione di molteplici fattori che concorrono tutti, in diversa misura, alla elaborazioni di modelli necessari per una comprensione profonda dell'oggetto architettonico.

Lo sviluppo delle tecnologie digitali di acquisizione metrica, iniziato alla fine degli anni '80 del secolo scorso, ha avuto, come è noto, un forte impatto su questa disciplina alterando sensibilmente quel particolare rapporto duale che da sempre la caratterizza, tra arte e tecnica. Il sempre crescente ricorso alla tecnologia scan laser e alla fotogrammetria digitale ha spostato in maniera sensibile l'attenzione del rilevatore verso la fase più tecnica di questo delicato processo di conoscenza. Questo ha comportato in molti casi dare maggiore risalto alla fase di comprensione della forma e della geometria che, seppur fondamentale, tuttavia non esaurisce il compito del rilevatore.

Altro aspetto importante da rimarcare nel rilievo digitale (ma in generale in tutti quei campi in cui si ha a che fare con la forma tridimensionale) è quello della elaborazione di modelli infografici e modelli tridimensionali, sempre più elaborati in relazione anche alla evoluzione degli strumenti e metodi di rappresentazione digitale. Su questo specifico punto una novità è data dal sempre maggiore utilizzo, nell'architettura, nell'ingegneria e nel design, di modelli informativi parametrici interoperabili, spesso identificati con acronimi quali BIM (Building Information Modeling) o HBIM (Heritage Building Information Modeling).

Recenti disposizioni legislative approvate dal governo italiano, in recepimento a direttive europee vigenti già da qualche anno e adottate anche da altri stati membri, vanno verso una sostanziale promozione di queste procedure nell'ambito dei processi di trasformazione edilizia e di conservazione, recupero e valorizzazione del patrimonio edilizio. L'argomento, di strettissima attualità, impone una particolare attenzione da parte di molti operatori e studiosi di diversa estrazione culturale.

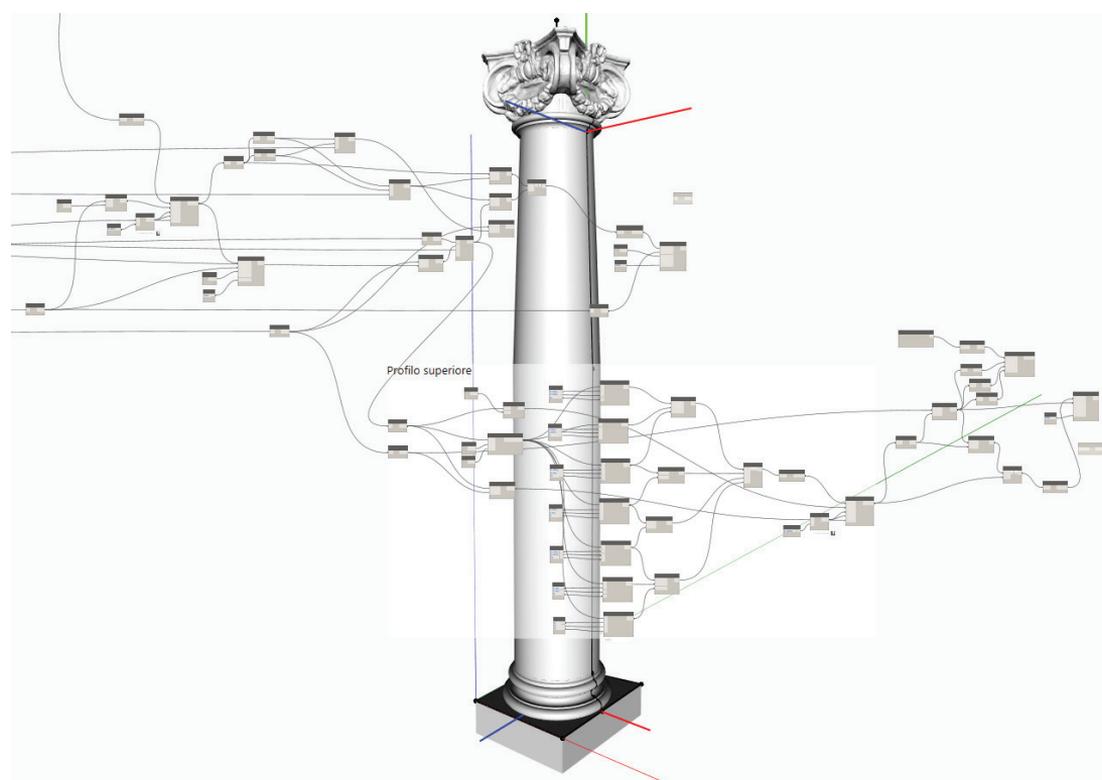
Allo stato attuale si possono evidenziare delle diversità di approccio tra un processo BIM dedicato alla gestio-

ne del processo edilizio di nuova edificazione e quello che riguarda edifici esistenti. Queste diversità aumentano nel momento in cui si ha a che fare con l'HBIM, cioè con modelli informativi interoperabili applicati ad edifici di particolare pregio storico-architettonico. In quest'ultimo caso riveste un ruolo fondamentale l'integrazione con le ormai consolidate tecniche di rilievo digitale integrato che però fanno spesso riferimento a piattaforme informatiche di elaborazione di modelli non facilmente esportabili negli standard propri del BIM.

Un interessante ambito di ricerca ¹ è, a nostro avviso, quello della interazione ed integrazione dei diversi mo-

delli digitali: da quelli numerici per punti (*point cloud*) a quelli numerici per superfici (*mesh*), da quelli matematici (*Nurbs*) ² a quelli parametrici. Questi modelli sono il prodotto di una serie di procedure legate sia all'uso di strumenti e metodi di *3d shape acquisition* (scanner laser, fotogrammetria, *image-based modeling*, *structure from motion* ect) [Paris 2010, 2014, 2015a, 2015c] sia all'utilizzo di software di modellazione tridimensionale attraverso cui elaborare le informazioni acquisite. C'è pertanto un'esigenza di organizzare un insieme eterogeneo di informazioni (metriche, formali, storiche, stratigrafiche, sullo stato di conservazione, sulle caratteristiche prestazionali delle superfici mate-

Fig. 1 - Modellazione parametrica della colonna della Scala Regia in Vaticano



riche) che sono oggi, in molti casi, non completamente compatibili nelle diverse piattaforme digitali. Questo comporta un lavoro di integrazione delle informazioni perse se non addirittura la necessità di reimpostare i modelli in relazione alle specificità dei diversi software, proprio perché l'approccio alla modellazione è spesso differente.

Queste difficoltà possono essere in parte superate e agevolate se si pensa di utilizzare la forma e la geometria come elemento di raccordo, cercando di classificare le diverse geometrie che compongono uno spazio architettonico in insiemi di elementi che, seppur diversi, sono in qualche modo riconducibili a matrici geometriche comuni. Ciò consentirebbe di declinare queste forme in modalità parametrica anche nell'ambito del rilievo dell'architettura [Apollonio et al. 2012] [Valenti et al. 2012a] [Oreni et al. 2013] [Paris Valenti 2015].

IL RILIEVO PARAMETRICO

Nelle operazioni di rilievo geometrico si riconoscono da sempre due fasi, distinte e conseguenti: una di acquisizione metrica e una di analisi e restituzione. La prima negli ultimi anni è stata fortemente condizionata dallo sviluppo di tecniche di *3D shape acquisition* in grado di registrare, in tempi rapidi, una notevole quantità di informazioni digitali di vario tipo (coordinate cartesiane, valori di riflettanza, valori prestazionali delle superfici, immagini fotografiche ect.). La seconda fase, quella di analisi e restituzione per l'elaborazione di idonei modelli interpretativi, è stata a sua volta condizionata dallo sviluppo di software di modellazione tridimensionale, attraverso cui poter elaborare in ingresso i dati rilevati e realizzare in uscita diverse tipologie di modelli integrati ed integrabili in funzione delle diverse esigenze connesse alla conoscenza e valorizzazione del patrimonio edilizio.

Se la prima fase è caratterizzata da una crescente esigenza di oggettività nella registrazione delle informazioni, rimarcando così il ruolo della tecnica legata all'uso degli strumenti, la seconda fase impone una riflessione sul ruolo del rilevatore nel momento in cui, nell'elaborazione dei modelli, si pongono inevitabilmente scelte interpretative che possono condizionare il risultato finale e il conseguente utilizzo dei modelli stessi.

Un aspetto non trascurabile riguarda l'interpretazione della forma e della geometria utilizzata nella elaborazione dei modelli tridimensionali. Le *point cloud* derivate da scansioni laser o da fotogrammetria restituiscono un modello discreto fatto di punti che devono essere a loro volta elaborati per la costruzione delle superfici e dei volumi che identificano le parti dell'architettura. Le elaborazioni dirette di superfici *mesh* non sono spesso in grado di restituire informazioni chiare circa la reale conformazione della superficie rilevata, anche se in molte applicazioni (soprattutto di tipo divulgativo) queste possono rappresentare un valido surrogato.

Il modello che più di tutti garantisce una maggiore corrispondenza geometrica, non solo allo stato di fatto di una determinata architettura ma al progetto che l'ha generata, è il modello matematico in cui le forme sono riconosciute prima di tutto attraverso una ben precisa matrice geometrica.

Uno dei principali obiettivi della nostra ricerca è quello di indagare le diverse forme e geometrie che conformano una architettura storica. Da una parte ci sono quelle più ricorrenti in edilizia, come per esempio muri, travi, pilastri, solai ecc., riconducibili a geometrie semplici (anche se stratificate); dalla parte opposta ci sono elementi a prevalente carattere scultoreo con funzione di decorazione, difficilmente riconducibili a geometrie regolari.

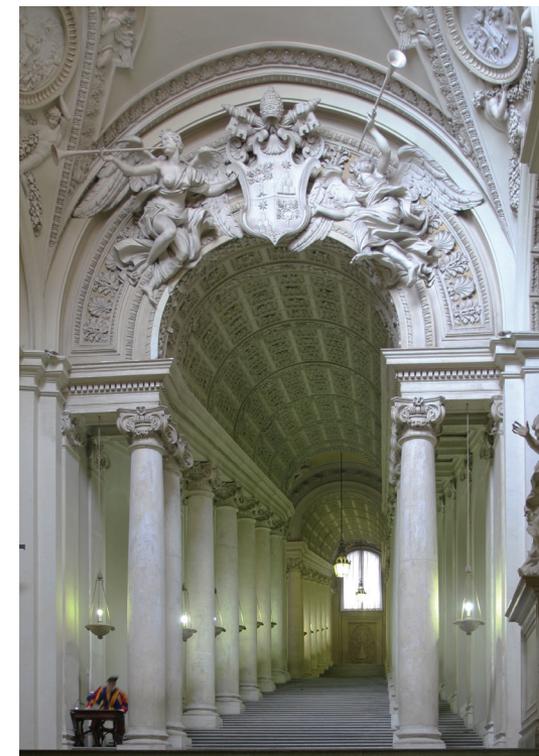
Nel mezzo vi sono alcuni elementi con geometrie composte, più o meno complesse, molto spesso traducibili in modelli matematici. Alcune forme sono poi spesso ricorrenti, apparentemente diverse, ma riconducibili a matrici comuni, che possono essere pertanto parametrizzate (fig. 1).

Elementi, quali per esempio gli ordini architettonici [Migliari 1991], sono ricorrenti nell'architettura storica, declinati nelle più diverse sfaccettature, quasi sempre riconducibili a regole e proporzioni che agevolano la conversione in modelli parametrici [Valenti et al. 2012b]. Questi elementi si ritrovano a volte adattati a matrici formali più complesse come per esempio superfici a singola o doppia curvatura. In questi casi la traduzione parametrica deve essere adattata. Gli ordini architettonici sono anche, molto spesso, integrati da altri elementi sia strutturali che decorativi, per i quali è di sicuro interesse indagarne prima di tutto le matrici geometriche per una più facile conversione del modello matematico in modello parametrico.

Questa diversa lettura della geometria in un'architettura storica consente anche di raggiungere un altro obiettivo: capire come questo approccio parametrico possa determinare anche nuove modalità di rilievo nella fase di elaborazione dei dati. L'attività di rilievo in questi casi si esplicherebbe nel rilevare non la forma nella sua complessità ma solo gli elementi parametrici, facendo poi gli opportuni riscontri tra il modello parametrico (da utilizzare in tutti gli ambienti BIM e più in generale in ambienti che utilizzano formati di scambio pubblici e non proprietari come per esempio lo standard IFC) e quello eventualmente elaborato tramite mesh derivata da *point cloud*.

Per testare le reali potenzialità del rilievo parametrico si è fatta una prima sperimentazione prendendo

Fig. 2 - La Scala Regia in Vaticano



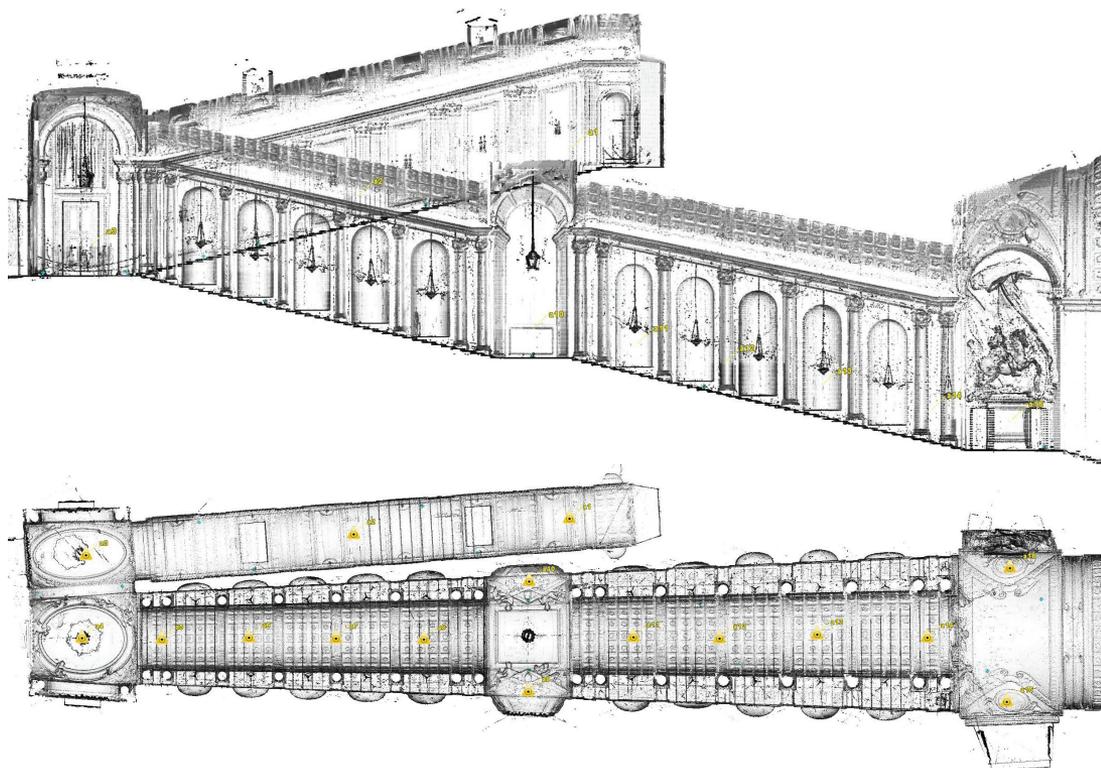


Fig. 3 - Point cloud della Scala Regia con evidenziazione delle stazioni di ripresa. Acquisizione dati Paris Wahbeh.

spunto dai dati del rilievo della Scala Regia in Vaticano (figg. 2, 3). Un tema in parte già studiato [Paris 2015b] nell'ambito della recente ricerca nazionale, coordinata da Riccardo Migliari, sulle prospettive architettoniche e che riguarda, in particolare, lo studio delle prospettive solide.

IL RILIEVO DELLA SCALA REGIA IN VATICANO

La Scala Regia è un'opera unica ed innovativa nel suo genere nella quale Bernini sperimenta la deformazione geometrica dell'architettura in modo da indurre nello spettatore la percezione di uno spazio illusorio secon-

do i principi della prospettiva solida. E' un'opera che segue di qualche anno un'altra prospettiva solida, quella della Galleria di Palazzo Spada, attribuita a Borromini. La Scala Regia è stata realizzata nel 1666 nel periodo in cui Bernini, a seguito dell'avvento al papato di Alessandro VII Chigi ritorna ad occuparsi della fabbrica di San Pietro, realizzando tra l'altro il famoso colonnato. Il progetto della Scala Regia è fortemente condizionato dai vincoli imposti dalle preesistenze e dalla irregolarità dell'area che si interpone tra la basilica ed i palazzi apostolici, già oggetto di notevoli interventi commissionati da Papa Paolo V a partire dal 1607. Architettonicamente la Scala Regia è stata concepita come parte di una lunga passeggiata di collegamento

della città con il cuore dei palazzi apostolici. Il prospetto della Scala è uno degli elementi principali che conforma lo snodo architettonico di confluenza tra chi percorre il lungo corridoio e chi proviene dal portico della Basilica. Il fondale di quest'ultimo asse visivo termina con la statua equestre di Costantino colto nell'attimo della sua visione prima della battaglia di Ponte Milvio. Il rilievo (fig. 4) ha messo in evidenza come l'impianto planimetrico generale della Scala Regia si basa su un doppio trapezio isoscele con i lati convergenti di diversa angolazione per garantire un giusto rapporto proporzionale della serliana in tutto lo sviluppo longitudinale della scala.

Questa prospettiva solida non si sviluppa illusoriamente su una direttrice orizzontale, come nel caso per esempio della Galleria prospettica di palazzo Spada, ma su assi inclinati determinati dalla pendenza della scala, interrotti dal piano orizzontale del pianerottolo intermedio. Il passaggio tra la direttrice orizzontale e quella inclinata è risolto architettonicamente dalle due colonne ravvicinate poste all'inizio ed alla fine di ciascuna rampa con intramezzato un ritmo di quattro colonne con una distanza dell'intercolunnio che si riduce progressivamente man mano che si percorre la scalinata, cui corrisponde anche la progressiva riduzione dei diametri delle colonne. L'ordine architettonico ed il suo proporzionamento nella prospettiva solida subiscono alcuni aggiustamenti. L'ordine ionico è riferito ad un modello descritto nel trattato di Vincenzo Scamozzi del 1615, con volute disposte sulle diagonali che escono da un echino decorato e collegate da un festone. L'altezza del capitello è pari al diametro della colonna, assunto come modulo di proporzionamento; la base attica è la metà. L'altezza della prima colonna è pari a 9 moduli e 1/4; la trabeazione è particolare perché non ha il fregio. Se il rapporto proporzionale del capitello e della base rimane inalterato per tutte le colonne, ciò non si verifica per l'altezza complessiva visto che le prime due colonne iniziali (per ciascuno dei due lati di colonne), per entrambe le rampe, hanno i capitelli alla stessa quota e la base a quote diverse seguendo la pendenza della scala. Il diametro delle colonne diminuisce proporzionalmente secondo la convergenza dei due lati opposti del trapezio di base, da 74 cm della prima colonna a 55 cm dell'ultima. L'altezza della prima colonna è 685 cm, l'ultima è alta 547 cm. Le due rampe, come detto, sono interrotte da un pianerottolo con

ai lati due cornici decorative strombate, molto simili a quelle realizzate pochi anni prima a palazzo Barberini, apparentemente uguali tra loro ma con profondità prospettiche diverse, una con la finestra, l'altra cieca.

Analizzando in dettaglio la pianta della Scala Regia (fig. 5) si nota come la disposizione delle colonne non segua una degradazione prospettica rigorosa in cui, cioè, le diagonali dei trapezi successivi convergono in un unico punto. Dal rilievo emerge chiara una regola compositiva per cui i trapezi prospettici hanno diagonali parallele e le direzioni di queste parallele sono diverse per la prima e la seconda rampa, mentre sono uguali per i quattro trapezi corrispondenti alle colonne ravvicinate di inizio e fine rampa.

Sulla base di queste considerazioni emerse nella prima fase di restituzione grafica del rilievo si è pensato di sperimentare una diversa modalità di rilievo e modellazione 3D che consentisse prima di tutto di identificare modelli geometrici parametrici e poi, solo successivamente, realizzare il modello complessivo inserendo i relativi parametri desunti dal rilievo. Nel dettaglio viene illustrata la sperimentazione fatta prendendo come riferimento geometrico principale la colonna ionica.

IL COLONNATO DELLA SCALA REGIA

La Scala Regia si compone di 16 colonne per ogni lato, tutte diverse tra loro ma riferibili ad un unico modello di ordine architettonico. Queste colonne sono tutte impostate su un plinto quadrilatero a forma di trapezio scaleno, con le due basi parallele alla direzione dei gradini, e gli altri due lati allineati secondo le linee di convergenza della prospettiva solida. Le dimensioni di queste colonne, come rilevato, sono variabili. Nel pianerottolo alla fine della scala vi sono anche altre quattro colonne uguali tra loro con un plinto a base quadrata. In corrispondenza delle colonne, sui muri perimetrali vi sono anche le paraste, dello stesso ordine architettonico.

Il modello parametrico di riferimento (figg. 6, 7, 8) in questo caso si compone di tre tipologie di oggetti: un primo oggetto parametrico variabile che è il fusto della colonna; oggetti parametrici proporzionati che sono, in questo caso, il profilo della base attica e della circonferenza di base della colonna; oggetti riferiti a modelli numerici di tipo *mesh* soggetti solo al cambiamento di

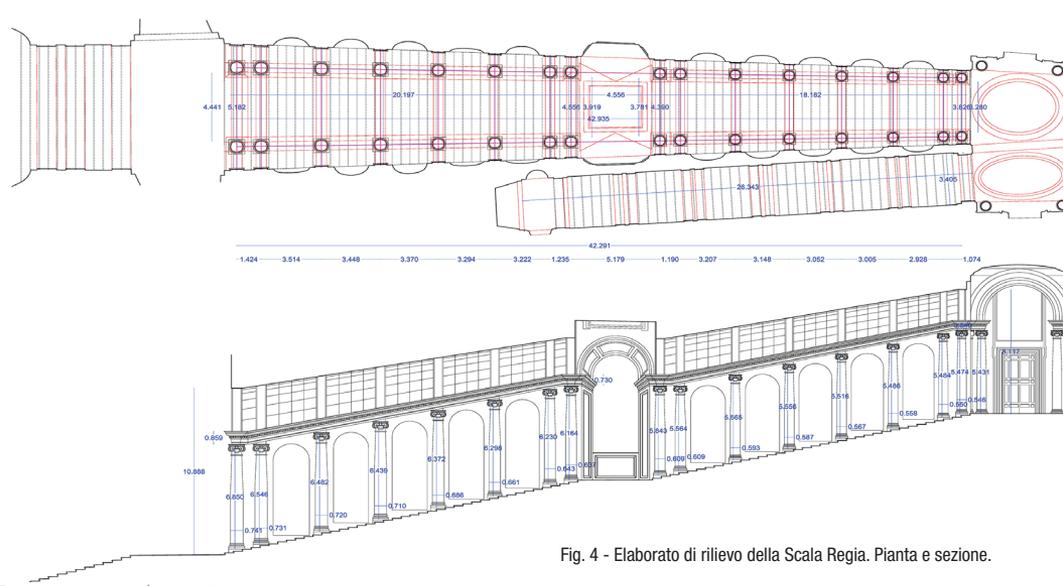


Fig. 4 - Elaborato di rilievo della Scala Regia. Pianta e sezione.

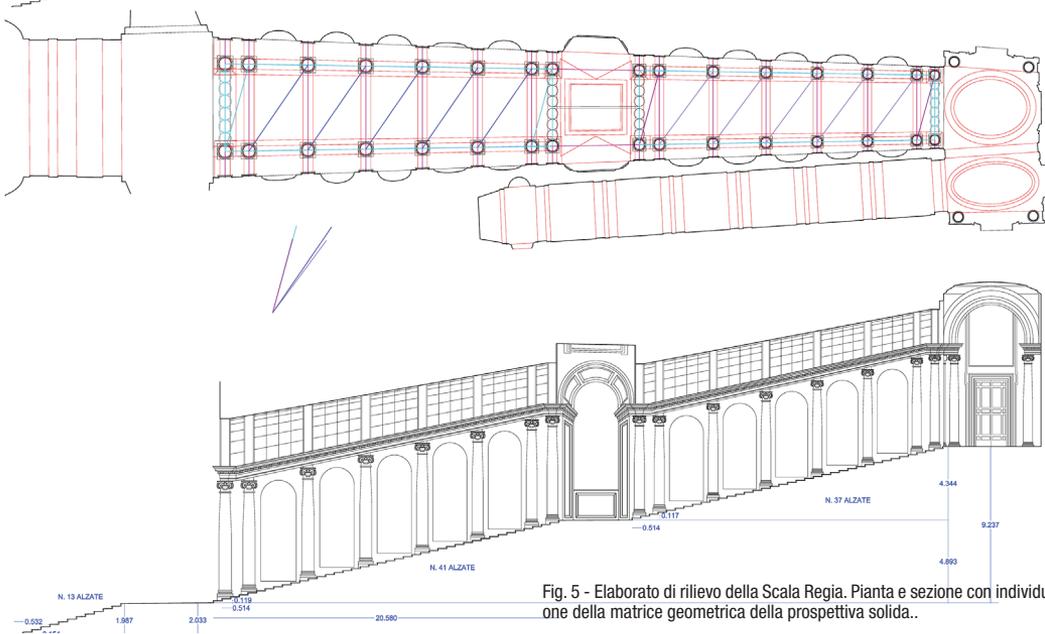


Fig. 5 - Elaborato di rilievo della Scala Regia. Pianta e sezione con individuazione della matrice geometrica della prospettiva solida.

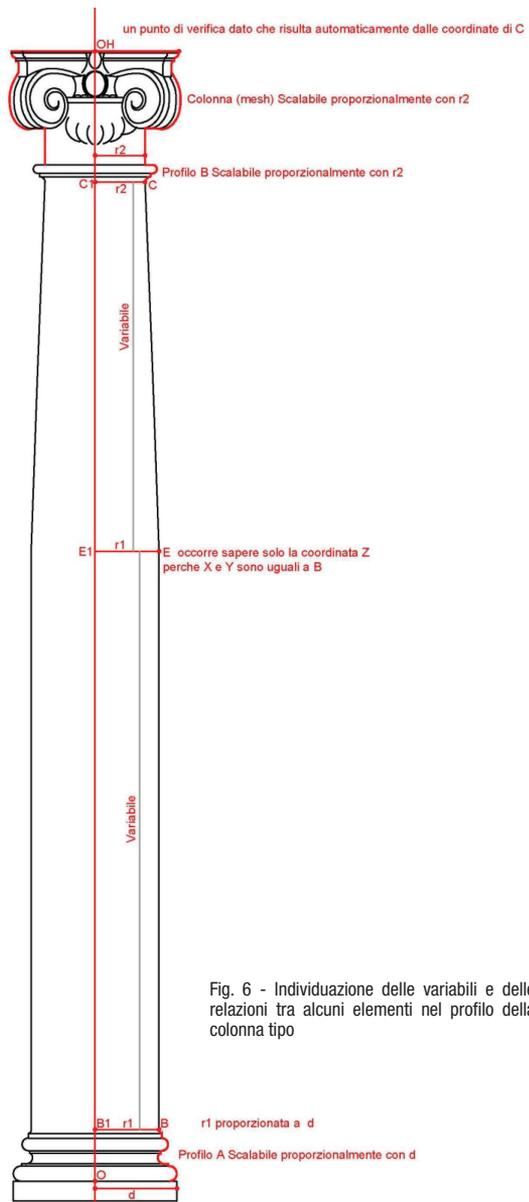


Fig. 6 - Individuazione delle variabili e delle relazioni tra alcuni elementi nel profilo della colonna tipo

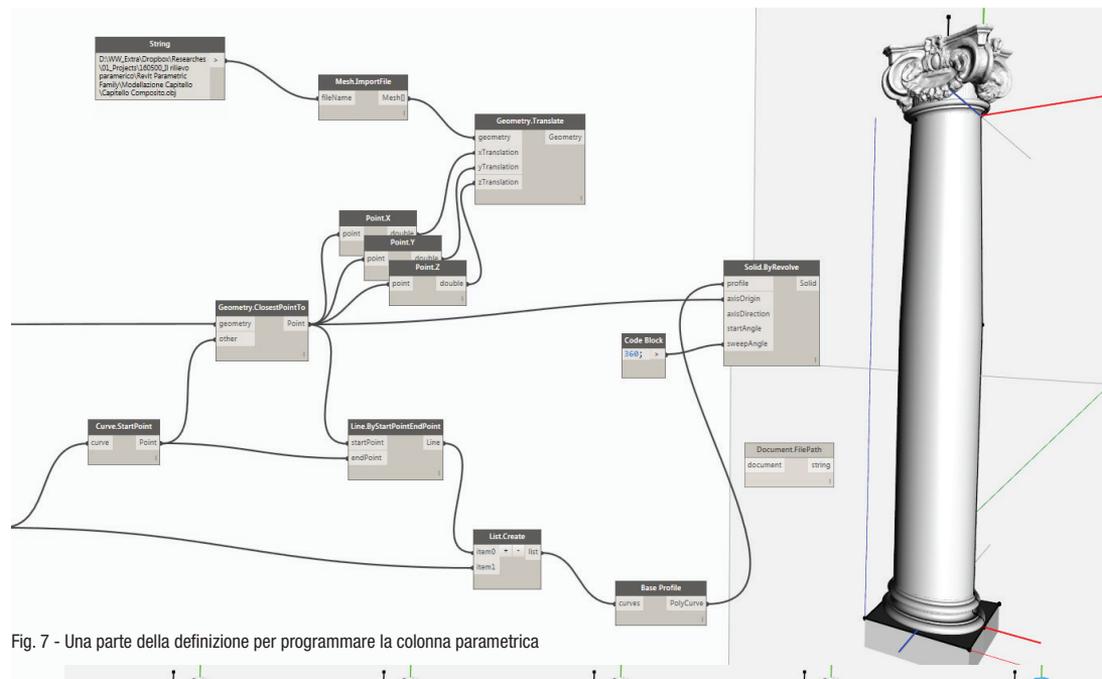


Fig. 7 - Una parte della definizione per programmare la colonna parametrica

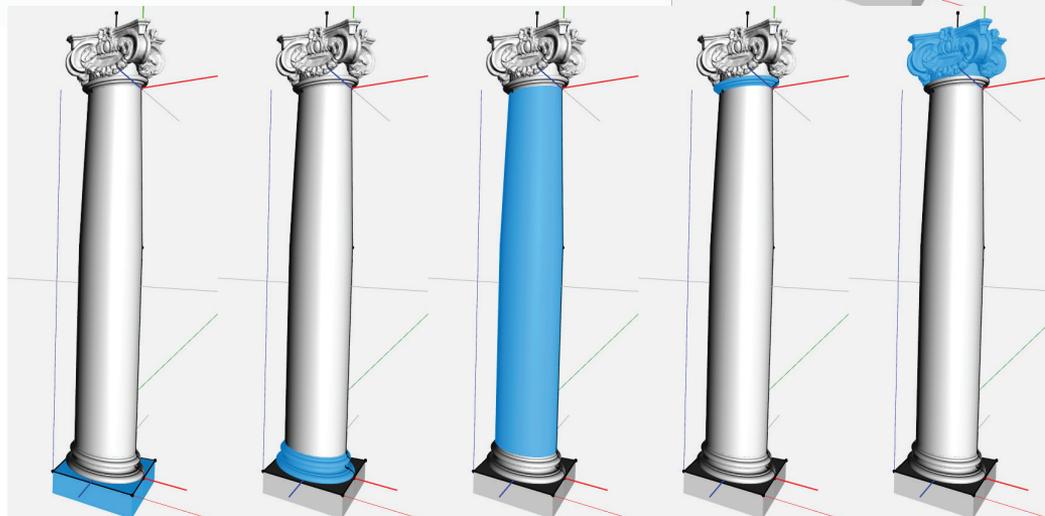


Fig. 8 - Visualizzazione dei diversi elementi parametrici della colonna.

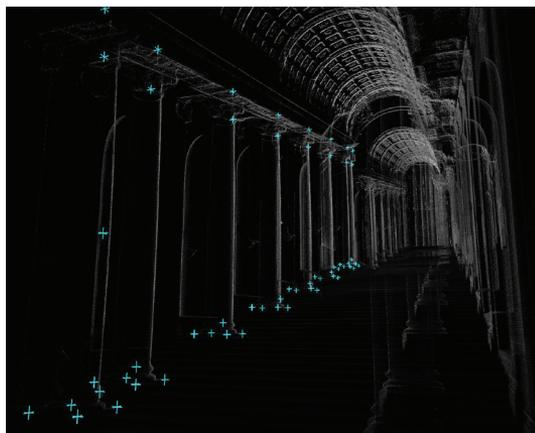


Fig. 9 - Punti estratti dalla points-cloud

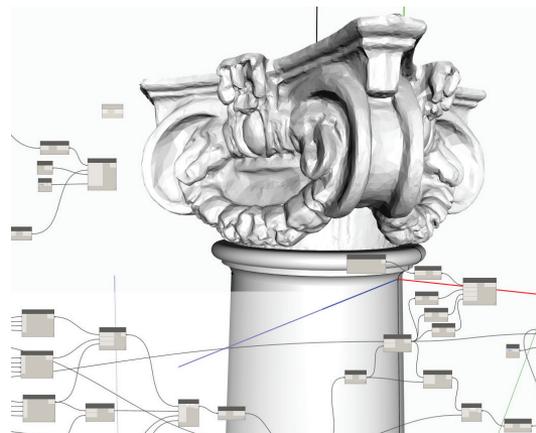


Fig. 10 - Modello mesh del capitello elaborato dalla point cloud. Inserimento nel processo parametrico con un variabile di scala relativa al raggio r2.

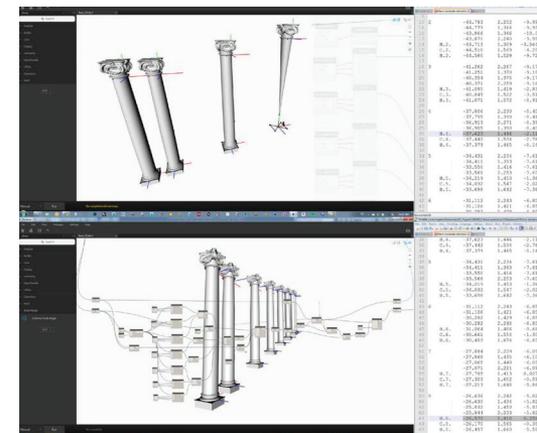
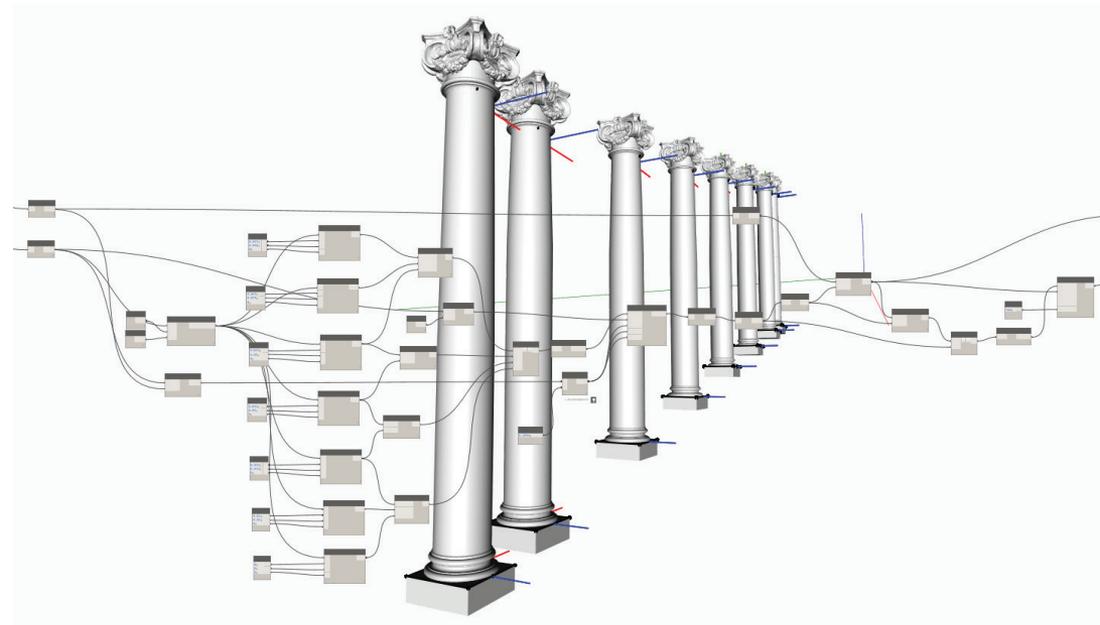


Fig. 11 - Inserimento delle coordinate nel modello parametrico da un file di testo estratto dalla point cloud

scala. Una volta definito il modello parametrico di base si è passato alla definizione dei valori di input da estrarre dalla *point cloud* (fig. 9) per la costruzione dei diversi elementi del colonnato. Tra questi vi sono i quattro vertici del plinto, che come detto ha una forma trapezoidale scalena, dai quali ricavare il diametro d della circonferenza. In questa fase viene inserita anche una procedura di compensazione delle quote dei quattro punti rilevati in modo che siano prima di tutto appartenenti ad uno stesso piano; se la pendenza riscontrata è irrilevante il piano viene eventualmente normalizzato secondo una giacitura orizzontale. Il centro del poligono è il centro della colonna su cui si imposta l'asse verticale (asse di rivoluzione del profilo della colonna). Il modello viene poi generato dal profilo appartenente ad un piano verticale passante per l'asse tenendo conto delle variabili e delle relazioni tra i diversi elementi che lo compongono. Per esempio, definito il poligono di base (il plinto) si ricostruiscono automaticamente alcune geometrie e si definiscono alcune variabili, cioè l'asse della colonna e il piano di lavoro verticale cui appartiene il profilo e, come variabili, si definiscono il raggio della base d , il raggio dell'imoscapo del fusto e il fattore di scala del profilo di base disegnato sul piano verticale. Per modellare il fusto, una volta determinato il raggio di base, c'è bisogno della coordinata Z

Fig. 12 - Parte della elaborazione con le diverse copie della colonna che variano tra di loro in base alle diverse variabili collegate ai dati di input forniti per ogni colonna



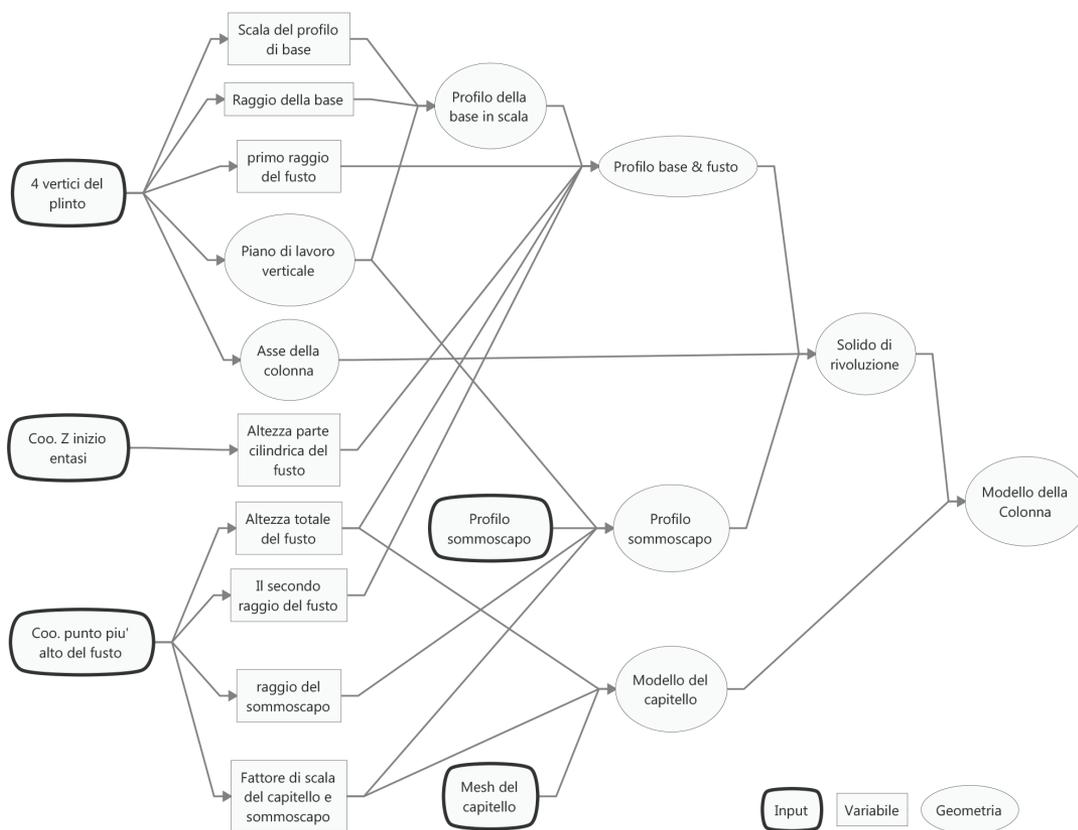


Fig. 13 - Mappa logica della costruzione del modello parametrico

nel punto dove inizia l'entasi e delle coordinate di un punto che definiscono sia l'altezza del fusto sia il raggio al sommoscapo (che in quel punto viene calcolato automaticamente come distanza dell'estremo superiore dell'asse della colonna.) Quest'ultimo valore determina anche il rapporto di scala del capitello. Il capitello, come detto, è una mesh che viene importata scalata in base al raggio del sommoscapo e vincolata come posizione X, Y secondo l'asse della colonna e come Z al punto più alto del sommoscapo (fig. 10). Il punto più

alto della colonna viene utilizzato come verifica della quota del modello.

La sperimentazione è stata fatta in ambiente Autodesk utilizzando il software Revit e l'interfaccia di programmazione grafica Dynamo (fig.11).

L'intero colonnato è stato quindi elaborato (fig. 12) facendo riferimento ad un unico modello parametrico, rispetto al quale sono stati inseriti di volta in volta i valori ricavati dalla *point cloud*. La procedura potrebbe essere automatizzata associando in questa fase uno

script in grado di riversare direttamente i dati estratti dalla *point cloud* nella modellazione parametrica. L'ambiente di lavoro di Revit, avendo la possibilità di gestire e visualizzare nello stesso file sia la *point cloud* che il modello 3D consente di verificare in tempo reale la corrispondenza tra i due modelli.

Già da questa sperimentazione appare evidente una diversa modalità di gestione dei dati digitali acquisiti attraverso scanner laser o fotogrammetria, per l'elaborazione dei modelli 3D.

Le modalità finora attuabili, ampiamente sperimentate, sono quelle di conversione delle *point cloud* in modelli numerici di tipo *mesh*. Questo tipo di elaborazione si basa sull'applicazione di algoritmi, come per esempio quello di Poisson, che necessitano di una certa esperienza nella definizione di alcune impostazioni di base che vanno adeguate anche al tipo di superficie rilevata. Rimangono inoltre problematiche le elaborazioni in post processing per cercare di chiudere quelle geometrie soggette a zone d'ombra nella fase di acquisizione. Un buon modello *mesh* infine non è spesso in grado di restituire informazioni utili sulle matrici formali che sono alla base del progetto di una determinata architettura storica e che rappresentano in molti casi uno degli obiettivi principali di un rilievo.

L'altra modalità di elaborazione di modelli 3D è quello relativo ai modelli matematici. In questo caso è fondamentale ricavare prima di tutto le matrici geometriche, generali e di dettaglio, che conformano un determinato spazio. Questo significa selezionare parti significative della *point cloud* da convertire in linee (direzionali o generatrici) da elaborare poi in superfici Nurbs. Anche in questo caso è importante sottolineare l'importanza della sensibilità del rilevatore nel decidere quali elementi selezionare e quali criteri adottare per "normalizzare" un modello che, inevitabilmente, si discosterà da quel livello di indeterminatezza propria dello spazio reale. Indeterminazione che viene trasferita per contatto e discretizzata nella *point cloud*.

Rispetto a queste due modalità si è sperimentato, con l'applicazione fatta al colonnato della Scala Regia, una terza soluzione che prevede prima di tutto una analisi delle geometrie che compongono una determinata architettura e la possibilità di realizzare dei modelli parametrici (fig. 13). Se ciò è possibile, una volta messi a punto questi modelli, che evidentemente potranno essere riutilizzati anche in altri rilievi andando così a

costituire una vera e propria libreria [Valenti et al. 2012b], si procede ad una interrogazione puntuale della *point cloud* le cui informazioni andranno man mano a comporre il modello in tutte le sue parti, con la possibilità di avere una immediata verifica con i dati digitali acquisiti.

CONCLUSIONI

Questa sperimentazione, pur se limitata al solo colonnato, dimostra che è possibile perseguire nuove modalità operative in relazione alle diverse problematiche di interazione tra dati digitali ottenuti con tecniche di *3D shape acquisition* (ormai ampiamente consolidate nel panorama del rilievo architettonico) e la modalità di elaborazione e gestione dei nuovi modelli HBIM.

Un'attenta lettura degli elementi geometrici che compongono un'architettura (in particolare modo un'architettura di pregio storico) consente di individuare degli elementi geometrici di base che possono essere più facilmente tradotti e, di conseguenza, gestiti in ambiente BIM. Questo approccio prevede anche una diversa modalità di elaborazione dei dati digitali ricavati da *point cloud* che, se gestita correttamente, consente una notevole riduzione dei tempi di elaborazione e un controllo più immediato nella corrispondenza tra i diversi modelli.

NOTE

[1] Su questo specifico argomento è stato elaborato un progetto di ricerca di Ateneo, in attesa di finanziamento, cui partecipano oltre agli autori anche Elena Ippoliti, Tommaso Empler, Giulia Santucci, Maria Laura Rossi. Gli autori del presente saggio hanno curato insieme l'impostazione generale e la fase di acquisizione digitale del rilievo della Scala regia in Vaticano. Leonardo Paris ha curato la prima fase di restituzione grafica del rilievo. Wissam Wahbeh ha elaborato il modello parametrico del colonnato.

[2] Sulla differenza tra rappresentazione matematica e numerica cfr. Migliari 2009.

BIBLIOGRAFIA

Migliari, Riccardo (1991) *Il disegno degli ordini e il rilievo dell'architettura classica: Cinque Pezzi Facili*, in *Disegnare Idee Immagini*, n. 2, Roma pp. 49-66

Migliari, Riccardo (2009) *Geometria descrittiva. Vol. I e II*. CittàStudi Edizioni. ISBN 9788825173291

Paris, Leonardo (2010), *Quantità e qualità nell'utilizzo dello scanner laser 3D per il rilievo dell'architettura*, in X Congresso International Espresión gráfica aplicada a la edificación. Alicante, 2, 3 e 4 dicembre 2010, Marfil, Alcoy, vol. I, p. 279-289.

Valenti Graziano Mario, Casale Andrea, Romor Jessica, Calvano Michele (2012 a) *Modellazione parametrica: tecnologie a confronto*. In: AA.VV.. *Geometria descrittiva e rappresentazione digitale. Memoria e innovazione*. vol. 1, p. 53-63, Roma Edizioni Kappa ISBN: 9788865141595.

Valenti Graziano Mario, Casale Andrea, Romor Jessica, Calvano Michele (2012 b) *Un database per l'ordine architettonico: Palladio*, in Beltramini Guido, Gaiani Marco. *Quaderni del Museo Palladio 11*. Palladio Lab: architetture palladiane indagate con tecnologie digitali. pp. 81-88 Vicenza, Centro Internazionale di Studi di Architettura Andrea Palladio ISBN 9788884180971

Apollonio Fabrizio, Gaiani Marco, Zheng Sun (2012) *BIM-Based Modeling and Data Enrichment of Classical Architectural Building*, in *Sciret-It*, Vol 3 Issue 2 (2012), pp. 41-62 e-ISSN 2239-4303

Oreni Daniela, Brumana Raffaella, Georgopoulos A, Cuca Branka (2013) *Hbim for conservation and management of built heritage: toward a library of vaults and wooden beam floors*, in *ISPRS Annals of the Pho-*

togrammetry, Remote Sensing and Spacial Information Sciences, Volume II-5/W1, 2013. pp. 215-221

Paris, Leonardo (2014), *Il rilievo digitale integrato: dal progetto di acquisizione dei dati al modello discreto*, in *La Fontana rustica del Quirinale*. Studi, Ricerche e Analisi. a cura di Williams Troiano. Dei Merangoli, Roma 2014, pp 29-42. ISBN 9788898981014

Paris, Leonardo (2015a) *Shape and Geometry in the Integrated Digital Survey*, in BRUSAPORCI S., (a cura di) *Handbook of Research on Emerging Digital Tools for Architectural Surveying, Modeling, and Representation*, pp. 214-238, ICI Global 2015. ISBN 978-1466683792

Paris, Leonardo (2015b) *Prospettive solide*. La Scala Regia in Vaticano, in BARTOLI M.T., LUSONI M., (a cura di) *Le teorie, le tecniche, i repertori figurativi nella prospettiva d'architettura tra il '400 e il '700*, Firenze University Press, 2015, pp. 65-76, ISBN 978-88-6655-884-2

Paris, Leonardo, Valenti Graziano Mario (2015) *La scala elicoidale del Borromini a Palazzo Barberini: rilievo scan laser modellazione parametrica*, in BARTOLI M.T. (a cura di) *Disegnarecon*, vol 8, n. 15 (2015) *Le Misure dell'Architettura*, pp. 11.1-11.11. ISSN 1828-5961

Paris, Leonardo (2015c) *Fotogrammetria 2.0*, in CARBONARA G., CENTOFANTI M., MINGUCCI R. (a cura di) *Disegnarecon*, vol 8, n. 14 (2015) *Disegno per il restauro: oltre il rilievo*, pp. 17.1-17.9. ISSN 1828-5961