



Roberto Corazzi

Laureato in Architettura e professore ordinario presso la Facoltà di Architettura dell'Università di Firenze e già docente di Fondamenti ed Applicazioni della Geometria Descrittiva e Rilievo Fotogrammetrico dell'Architettura. E' membro del Consiglio Scientifico dell'Istituto Italiano dei Castelli, del Comitato direttivo della Cicop net Italy.

Nel cuore della cupola del Brunelleschi

In the heart of Brunelleschi's Dome

Attualmente la tecnologia ci dà uno strumento che prende il nome di "laserscan"; si affida alla lettura della riflettanza dei materiali che compongono il manufatto e, calcolando il tempo di ritorno dei raggi laser emessi con errori dell'ordine del millimetro, riesce a tracciare una nuvola di punti, tutti esattamente collocati nelle tre dimensioni, dalla quale trarre tutte le informazioni necessarie alla comprensione geometrica e strutturale della Cupola del Brunelleschi.

E così è possibile rilevare gli embrici delle vele, il marmo dei costoloni, i vuoti delle buche pontai, gli sproni interni, i corridoi, le volticciole, le corde blande, la spina-pesce fino ad arrivare a individuare i sestri di quarto e quinto acuto.

Inoltre nelle indagini sono stati utilizzati il Georadar, la tomografia dell'intradosso e dell'estradosso, l'endoscopia e il metal detector.

At present, thanks to laser scanner technology, at researchers' disposal there is a tool capturing information on the reflectance of materials composing the building and, calculating the return time of the laser beams emitted with errors on the order of millimeters, able to acquire a point cloud of the object with three-dimensional coordinates. From this documentation it is possible to obtain useful information necessary for the geometrical and structural understanding of Brunelleschi's Dome.

Thus it is possible to survey the roof tiles of the sectors, the marble of the ribs, the holes of scaffoldings, interior spurs, corridors, vaults, "corde blande", the herringbone, up to verifying the curvature of the pointed profile ("quarto e quinto acuto").

The survey also used Georadar, tomography for the intrados and extrados of the dome, endoscopy and metal detector.

Parole chiave: patrimonio architettonico, rilievo, restauro, documentazione

Keywords: Cultural Heritage, survey, restoration, documentation

Brunelleschi, durante il suo lungo soggiorno a Roma studia i monumenti antichi e si documenta sul modo di costruire e più precisamente sugli elementi che spingono e quelli che contrastano la spinta. Tutto questo gli è reso più evidente dal filtro dell'esperienza strutturale gotica per cui si rende conto del sommarsi di tutta una serie di forze che i costruttori riescono ad equilibrare.

Oltretutto ammirava e studiava il Battistero di S. Giovanni e da questo ha tratto insegnamenti non trascurabili, avendo esso caratteristiche formali e strutturali simili a quelle della Cupola.

Osservando la Piazza del Duomo c'è da menzionare un passo di Michelucci: *Al Campanile fa da sfondo la Cupola, che semplice e dinamica, mossa nell'osservatore l'attesa di vedere affacciarsi attraverso i grandi occhi o sui ballatoi o nelle nicchie, la gente che circola fra le calotte, e dà coscienza dell'esistenza delle "ossa", su cui si innestano le "membra"*. E con queste parole così si esprime il Manetti.

L'originalità di Brunelleschi consiste essenzialmente nella musicalità che riesce ad introdurre nelle sue opere e che si avverte nella Cupola osservandola da qualsiasi parte.

La semplicità del metodo ideato dal Brunelleschi rende ancora più grande il personaggio; è tipico dei geni trovare un metodo semplice per risolvere un problema difficile.

La struttura della Cupola, formata da due calotte divise da uno spazio di circa 1,20 m che ospita i camminamenti di accesso alla base della lanterna, è formata da otto spicchi (le vele) che rappresentano porzioni di cilindro ellittico.

La superficie di intradosso di ogni vela è quindi una porzione del mantello di un cilindro a sezione retta ellittica con l'asse che passa per i due centri di curvatura degli spigoli di estremità della vela; ogni vela appartiene a un cilindro diverso per posizione dell'asse e per orientamento.

L'ottagono di base del vano interno del tamburo non è regolare: i suoi lati hanno una lunghezza media di 16,956 m, e tra il lato più corto (16,617 m) e quello più lungo (17,240 m) c'è una differenza di 0,623 m¹; di conseguenza anche gli otto angoli interni differiscono lievemente dal valore di 135° tipici di un ottagono regolare.

La cupola interna, con uno spessore di 2,20 m, è la struttura portante; quella esterna, di circa 90 cm, serve a proteggere l'altra dalle intemperie.

La diagonale maggiore della Cupola interna misura 45,00 m, quella esterna 54,00 m; la sua imposta si trova a 53,85 m dal suolo, al di sopra del tamburo poligonale; la base della lanterna è a 91,00 m dal suolo e la Cupola raggiunge un'altezza totale di circa 116,00. Ha un peso di 29000 tonnellate, di cui 2000 di rivestimenti esterni.

La sensazione di equilibrio e armonia che trasmette la Cupola è frutto delle proporzioni auree che esistono fra gli elementi che la compongono. La sua base d'imposta è a circa 55,00 m dal suolo, ha un'altezza media di 34,00 m (32,00 m la Cupola interna e 36,00 quella esterna), poggia su un tamburo di 13,00 m ed è conclusa da una lanterna alta 21,00 m. Mettendo questi numeri in sequenza (13, 21, 34, 55) si ottiene la successione di Fibonacci, i cui numeri sono legati alla sezione aurea.

Il contorno apparente della Cupola rispetta regole precise: il profilo esterno è un «sesto di quarto acuto», mentre quello interno è un «sesto di quinto acuto».

La cupola interna ha una diagonale di 45,00 m e se la dividiamo in cinque parti uguali (da qui la locuzione di "quinto acuto") queste misureranno 9,00 m ciascuna.

Per il profilo della Cupola esterna usiamo lo stesso procedimento, dividendo però la diagonale di base, di 54,00 m, in quattro parti uguali (da qui la locuzione "quarto acuto") ottenendo divisioni di 13,50 m.

Per la costruzione del sesto di quinto acuto si ha notizia da un racconto di un cronista del '500 G.B. Gelli che il Brunelleschi avrebbe disegnato sul renaio dell'Arno fuori Porta alla Croce il profilo della centina angolare della Cupola, necessario per costruire le otto centine tenute dalla stella, quale marchingegno centrale che sarebbe stato necessario per sollevarle fino all'altezza della lanterna. Il profilo della Cupola inoltre si avvicina molto a quello di una catenaria² e questa forma, come fu dimostrato da Bernoulli³ alla fine del Seicento, è la più adatta per sostenere una cupola autoportante.

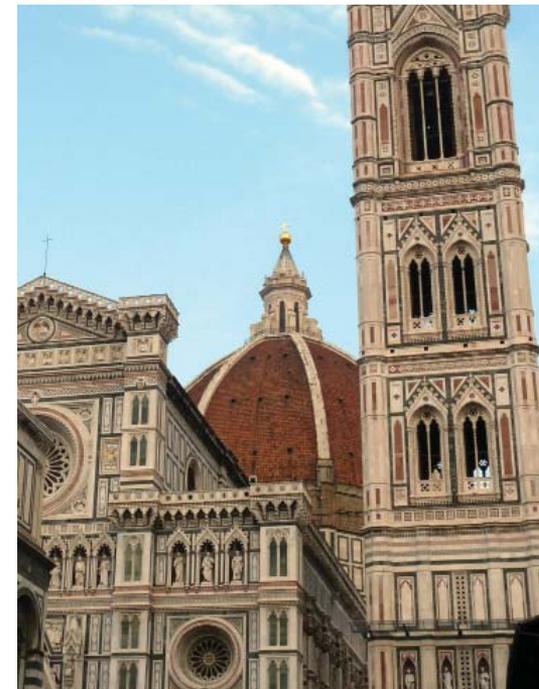


Fig.1. Veduta della Cupola da Piazza S. Giovanni.



Le due calotte sono collegate tra loro da un sistema di 24 “sproni” o contrafforti; 8 di essi sono angolari (cioè con i piani medi che coincidono coi piani verticali di spigolo) e 16, due per ogni vela, sono mediani.

Gli sproni mediani hanno uno spessore che parte da 1,75 m alla base della Cupola per rastremarsi regolarmente salendo verso la sommità fino a diventare circa 0,4 m; gli sproni angolari sono invece spessi circa il doppio.

Un'altra importante componente strutturale della Cupola sono i 144 arconi orizzontali (18 per ogni vela) che rinforzano la calotta esterna all'unione con gli sproni angolari. Sono distribuiti su nove livelli nei due terzi superiori della Cupola, a un interasse tra loro in verticale di circa 2,50 m; hanno un profilo “zoppo”, cioè uno spessore che, da un massimo in corrispondenza dello sprone angolare, si rastrema avvicinandosi al centro della vela, sino quasi ad annullarsi in corrispondenza dello sprone mediano più vicino⁴.

Altro elemento di rinforzo della struttura sono le catene di macigno, poste all'interno della muratura, rispettivamente alla quota di spicco della



Cupola, a 10,50 e a 21,00 m circa al di sopra. Ogni catena forma un ottagono che segue l'andamento dei lati della Cupola ed è costituita da tratti a sezione quadrata di lato 0,44 m, lunghi circa 2,65 m. I tratti sono uniti tra loro da aggraffature in ferro; sotto e trasversalmente alle due catene di ogni coppia sono posate altre travi di macigno di sezione identica che formano con le due catene longitudinali un graticcio reso solido da incavi che si incastrano gli uni negli altri (agli angoli del tracciato ottagonale furono disposti pezzi speciali per assicurare che non ci fossero discontinuità). Al livello più basso le catene lapidee trasversali (12 per ogni lato) sono ortogonali a quelle longitudinali (e sporgono all'esterno della Cupola, formando mensole che erano destinate a fornire sostegno al ballatoio esterno, poi realizzato solo su un lato da Baccio d'Agnolo e che fu criticato dai contemporanei sia sotto il profilo tecnico che formale; Michelangelo definì la loggia “gabbia da grilli”).

Oltre alle tre coppie di catene lapidee è presente una singola catena lignea, di sezione quadrata di lato pari a circa 0,35 m, e posta a circa 7,70 m

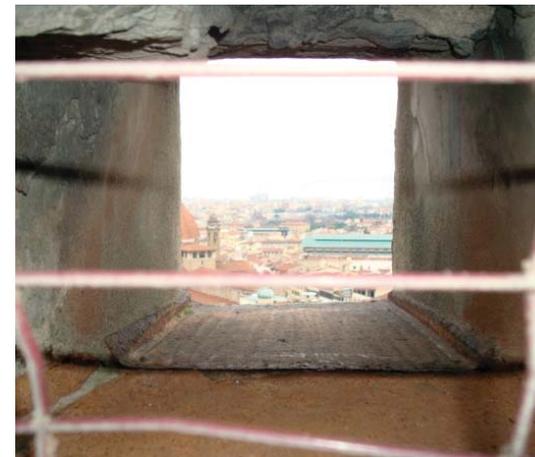


Fig. 2. A sinistra.: veduta notturna del Complesso della Cattedrale.

Figg. 3-4. Al centro e a destra: vedute che possono essere osservate dagli “occhi” della Cupola.

sopra il piano di spicco della Cupola; è formata da lunghi tratti di travi in legno di castagno uniti tra loro con “guance” in legno di quercia che sopra e sotto la trave principale si sovrappongono per un tratto esteso ai due estremi da unire e ai quali sono collegate con perni e fasciature in ferro.

La catena, che attraversa l'intercapedine tra il primo e il secondo camminamento, è visibile per gran parte del suo sviluppo; all'interno della muratura è rinforzata da catene in ferro collegate alle travi lignee tramite occhielli che ricevono perni in ferro e cunei, forzati tra occhielli e perni, che ne garantiscono il contrasto.

La calotta esterna è coperta da 30000 tegoloni di terracotta rossa (37 x 50 cm) posati su un manto di calce, accostati lateralmente, sovrapposti lungo i margini inferiore e superiore e fissati con ganci metallici; hanno costole laterali in rilievo del tipo speciale ideato appositamente dal Brunelleschi per poter eliminare il complemento dei coppi.

Il loro scorrimento verso il basso è impedito dalla battuta tra le costole; negli angoli, inoltre, sono resi solidali grazie a un tassello di cotto murato a

calcina e sono fissati alla muratura ciascuno con due chiodi (soluzione di provenienza nordica). La copertura è interrotta agli angoli dai costoloni in marmo bianco a sezione costante (il progetto prevedeva invece che fossero rastremate verso l'alto) che sottolineano gli otto spigoli in corrispondenza degli sponi. Sulla calotta esterna sono posti 72 piccoli "occhi" circolari (nove per ogni vela) che danno luce all'intercapedine tra le calotte. Sulla calotta interna invece gli occhi sono solo 16, hanno un diametro di un braccio e sono ricavati ognuno in un blocco quadrangolare di pietra forte⁵.

ASPETTI DIMENSIONALI - MODULI - FIGURE DOMINANTI

Nel progetto della chiesa e della cupola ottagonale elaborato dalla commissione degli otto maestri e dipintori nel 1367 vennero stabiliti altezza (144 braccia, anziché le 97 previste inizialmente), larghezza (72 braccia) e sesto. Il valore di 144 corrisponde al doppio della larghezza complessiva delle navate e all'altezza interna del vano coperto a cupola; quindi, un modulo di 72 braccia coincide con la larghezza complessiva delle navate, con la larghezza interna dell'ottagono considerata normalmente ai lati, con l'altezza della prima tribuna fino al piano del ballatoio posto alla base del tamburo e con l'altezza della seconda sezione della tribuna tra il suddetto ballatoio e la chiave di volta.

Questo modello proporzionale elementare verrà però poi alterato nel 1414 dall'incremento dell'altezza del tamburo di circa 3 braccia (passando da 18 a 21), adottato per dotarlo all'esterno di un doppio ballatoio di coronamento e per aprire grandi occhi strombati.

Altro valore da sottolineare è quello di 77 braccia, raggiunto dalla diagonale interna dell'ottagono di base della cupola e desumibile dallo schema grafico della sezione verticale della Cupola tracciato su una pergamena da Giovanni di Gherardo da Prato nel 1425. Nella pergamena appare evidente anche il riferimento a un modulo di 6 braccia come sottomultiplo dimensionale di alcuni settori previsti dal programma. Se si fa una ripartizione teorica verticale della Cupola in 10 moduli di 6

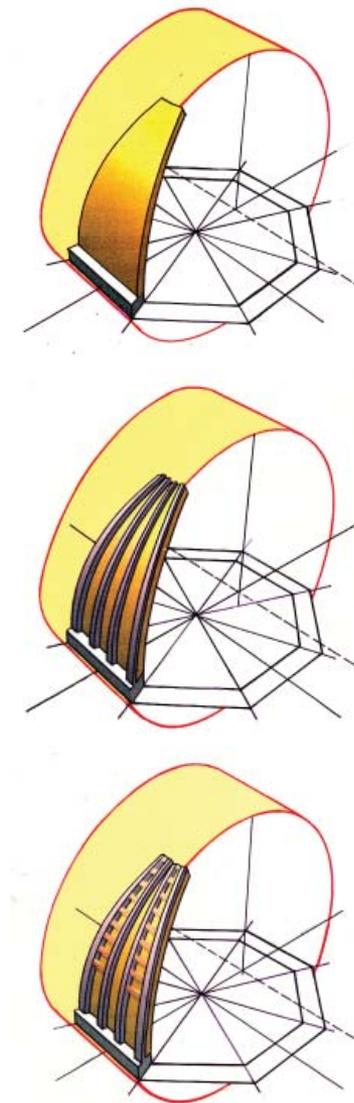
braccia a partire dal ballatoio interno, si ha un'altezza complessiva di 60 braccia di cui 54 relative all'altezza interna e 6 allo spessore in chiave misurato verticalmente. Anche quest'ultimo valore è indicato nella pergamena insieme al diametro dell'occhio centrale, di 12 braccia. Inoltre, a conferma dell'applicazione di questo modulo di 6 braccia, il programma brunelleschiano prevede "vorticciole" di sostegno dei camminamenti interni ogni 12 braccia di altezza, un limite massimo per la muratura in pietra a 24 braccia dall'imposta e un limite massimo per murare senza armatura a 30 braccia.

Nella pergamena di Giovanni di Gherardo da Prato il diametro di 77 braccia è suddiviso in 5 settori di 15,2/5 braccia per individuare i centri delle due opposte curve di intradosso della calotta interna secondo quanto previsto nel programma, cioè «a misura di quinto acuto negli angoli»; per il centro di curvatura della calotta esterna è invece definito il "quarto acuto".

La scelta del sesto acuto per la sezione verticale della Cupola fa parte dell'elaborazione originaria e quindi lo slancio verticale che questo sesto determina è conseguenza di una precisa necessità strutturale e non un semplice attributo formale. Per l'eccezionalità delle dimensioni dell'opera la forma definita dal progetto segue più un criterio di riduzione all'essenziale della complessità dei problemi, che non la rispondenza ad uno stile. Per questo in fase di progetto si sono abbandonati preziosismi dell'arte scultorea gotica e le decorazioni minute; all'interesse per l'ornamento il modello brunelleschiano ha quindi sostituito l'interesse per una forma strutturale pura.

LA CONCEZIONE COSTRUTTIVA DELLA CUPOLA IL TAMBURO

Dal punto di vista strutturale il tamburo rappresenta la parte compresa tra la sommità dei pilastri (28,00 m da terra) e la quota di spicco della cupola (53,85 m da terra); la maggior parte degli studiosi però lo intendono come la sola fascia compresa tra il secondo e il terzo ballatoio, cioè tra la sommità dei quattro archi e la quota di spicco della cupola (13,00 m). Si tratta di una struttura in muratura di pietra for-



Figg. 5-6-7. Individuazione della vela porzione di un cilindro ellittico, con evidenziazione dei costoloni laterali e intermedi e degli archi orizzontali di collegamento.

te, a pianta ottagonale, alta circa 24,5 m, spessa circa 4,65 m e con un peso di circa 39000 tonnellate. Al centro di ognuna delle otto facce si aprono dei grandi occhi circolari strombati sia verso l'interno sia verso l'esterno, con un diametro del vuoto circolare di circa 4,65 m.

Nella sua parte inferiore poggia in parte sui quattro imponenti pilastri angolari del vano ottagonale, e in parte sull'intradosso dei quattro archi a sesto acuto (17,00 m circa di luce), che poi scaricano anch'essi sui pilastri. La sua parte superiore è delimitata alla base da un ballatoio balastrato in aggetto, raggiungibile con quattro scale ritagliate nello spessore murario dei piloni, e da un ballatoio superiore che segna visivamente il margine interno di attacco tra il tamburo stesso e la cupola; tramite questo ballatoio i quattro percorsi indipendenti di risalita vengono convogliati verso il settore sud-est dove si trova la prima rampa della scala della cupola.

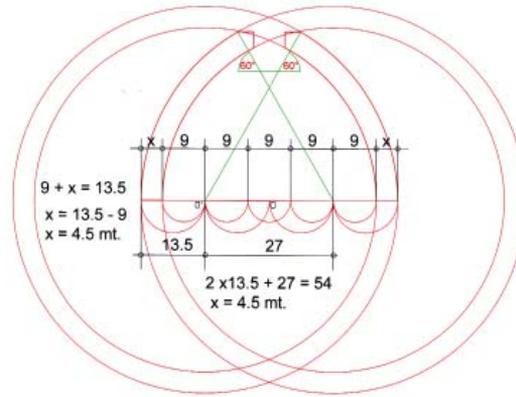
Nella fascia del tamburo rimasta allo stato grezzo si notano su ogni lato dodici mensole di pietra, che secondo Saalman sono i terminali degli elementi trasversali (normali ai lati dell'ottagono) che sosterebbero i due ricorsi paralleli di elementi lapidei (ammorsati con staffe metalliche) della prima catena anulare di pietra.

IL SETTORE BASAMENTALE

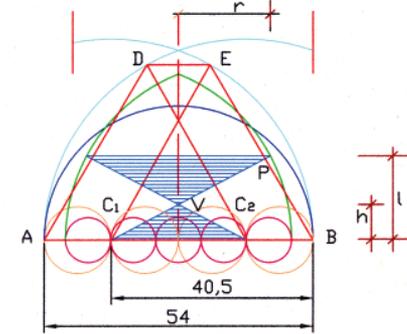
L'attuazione del programma costruttivo brunelleschiano iniziò dal livello del terzo ballatoio interno, a una quota di 53,85 m da terra (convenzionalmente assunta come quota base di 0,00 m). A questo livello venne allestita una piattaforma anulare di legno come cantiere base, testimoniata oggi dalle buche pontaipe lasciate aperte alla fine dei lavori in corrispondenza del piano di calpestio del ballatoio interno.

Nel settore basamentale si trovano catene di ferro e la prima catena di macigno che, secondo il Saalman, sarebbe composta da due ricorsi paralleli di elementi lapidei ammorsati con staffe metalliche e sostenuti da altri elementi trasversali. Questi ultimi corrisponderebbero, nella loro parte finale, alle 12 mensole visibili sulle facce esterne.

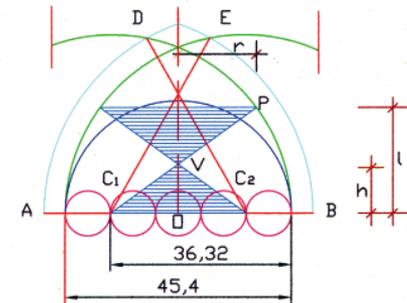
La muratura in pietrame si estende fino al piano di calpestio del primo camminamento interno,



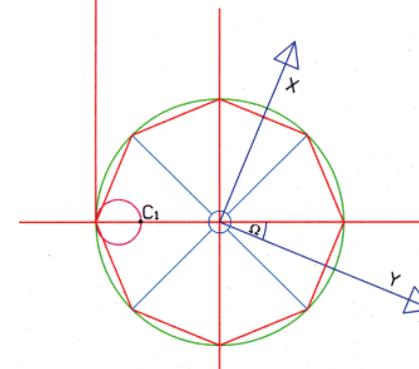
Figg. 8-9. Individuazione del quarto e quinto di sesto acuto.



Estradosso della Cupola. Sesto di quarto di quarto acuto. Extrados of the Dome. Sixth to quarter acute



Le quote qui indicate sono state tratte dal rilievo fotogrammetrico della FO.A.R.T. The shares listed here were taken from the photogrammetric survey of FO.A.R.T.



sul quale s'impostano le due calotte e gli sproni. A circa un metro dal piano del terzo ballatoio comincia la curvatura della superficie di intradosso; quella della superficie di estradosso comincia invece ad una quota relativa di 4,80 m, subito sopra la ratta: una cornice in marmo sostenuta da mensole e sagomata in modo da raccogliere le acque meteoriche delle falde e convogliarle in pendenza verso le canalizzazioni verticali murate negli angoli del tamburo⁶. Alla base della calotta, al centro delle facce orientate a nord, sud e ovest e impostate sulla ratta, compaiono aperture corrispondenti al primo camminamento interno e create come accesso al previsto ma non realizzato andito esterno superiore. Nei corridoi di collegamento con le scale elicoidali emergenti dal tamburo, e soprattutto nel vano scala del settore sud-est (unica via di risalita al primo camminamento interno), è visibile la muratura, composta interamente di conci rettangolari di pietra lavorata a subbia con giunti laterali orientati normalmente ad ogni faccia dell'ottagono.

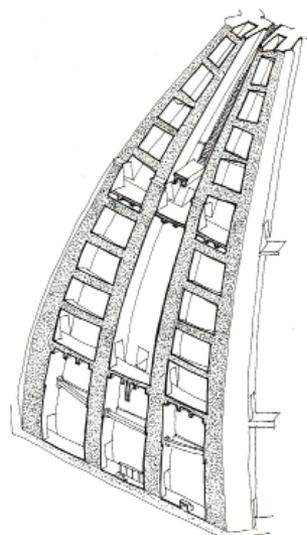
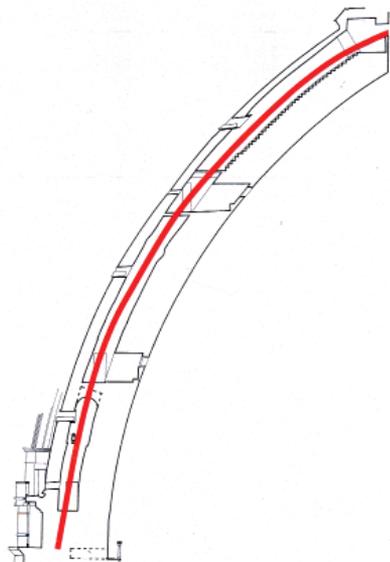


Fig. 10. A sinistra: individuazione della catenaria.

Fig. 11. Al centro: struttura di una vela.

Fig. 12. A destra: catena lignea.

LE CALOTTE E GLI SPRONI

A partire dalla quota di 3,50 m dal piano del terzo ballatoio la cupola si divide in due calotte di diverso spessore, distanziate da un'intercapedine che contiene le scale e tre camminamenti anulari; esse sono realizzate in continuità costruttiva e strutturale con gli sproni, secondo la prescrizione del 14207. Nella doppia cupola innervata da sproni, 8 angolari e 16 mediani, è possibile ravvisare l'intuizione del principio statico che nella riduzione del peso proprio della struttura e nel distanziamento delle parti collaboranti dal centro teorico della sezione pone le condizioni per incrementare la resistenza alle sollecitazioni⁸.

Gli sproni angolari hanno un ruolo primario per la statica complessiva della cupola, perché, grazie alla loro sezione costante lungo tutto lo sviluppo verticale della costruzione, contengono la risultante degli sforzi all'interno del nucleo centrale di inerzia; essi sono orientati verso il centro teorico dell'ottagono e costituiscono inoltre elementi di riferimento affidabili anche per guidare il tracciamento della curvatura interna ed esterna delle vele e degli sproni intermedi.

IL SETTORE TRA PRIMO E SECONDO CAMMINAMENTO

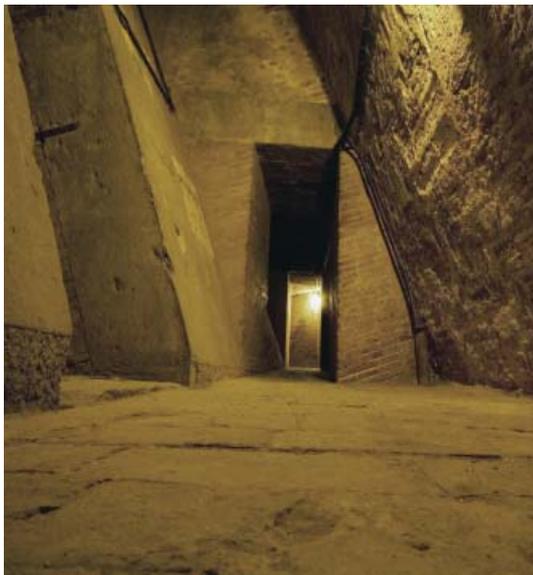
La costruzione di questo settore avviene tra il 1422 e il 1427. In questa fascia si ha il passaggio dalla muratura in pietra, che si sviluppa fino al livello degli architravi dei passaggi di attraversamento degli sproni, a quella in mattoni, con un iniziale andamento in obliquo del letto di posa (angolo di inclinazione di circa 10°) attraverso un cuneo di muratura mista⁹. In questo primo settore, all'interno dei passaggi di attraversamento degli sproni angolari, i conci sono disposti su letti obliqui; per una migliore coesione strutturale, sono passati nello spessore della calotta stessa e l'ammorsatura in direzione longitudinale è limitata in alcuni tratti.

Con l'inizio della muratura in mattoni (ad un'altezza di circa 2,30 m sopra il piano di calpestio del primo camminamento), invece, la connessione tra sproni e calotta esterna diventa continua. Per un'altezza di circa 90 cm si hanno mattoni di 6 cm di spessore, con giunti orizzontali di 2-2,5 cm e lunghezza di 35-36 cm; poi si hanno mattoni più sottili di 4,5 cm e uguale lunghezza, con

giunti orizzontali di 1,5-2 cm. A questo livello la correzione dell'inclinazione e dell'allineamento dei mattoni è assorbita nello spessore dei giunti che in alcuni casi raggiunge i 3-4 cm.

Nell'intercapedine tra le calotte il camminamento anulare, che percorre orizzontalmente l'intera struttura, dà accesso all'andito esterno superiore (quota 4,40 m) e permette di risalire attraverso la scala al secondo camminamento anulare interno (quota 11,90 m). La scala segue un unico percorso, obbligato per direzione e dimensione dalla conformazione spaziale dell'intercapedine tra le calotte; in alcuni punti, proprio per accogliere il percorso della scala, la calotta esterna è scavata fino ad uno spessore di 40 cm.

Nell'intercapedine tra le due calotte si sviluppa anche l'unica catena lignea, ancorata agli sproni e posta ad un'altezza dal piano di calpestio di circa 8 braccia (7,70 m); la sua utilità a fini statici però venne già ritenuta incerta nel 1425, ritenendola dispendiosa e non necessaria. A una quota di circa 10 m dal piano d'imposta è posta invece la seconda catena di macigno, con funzioni strutturali per la stabilità dell'opera.



IL SETTORE TRA SECONDO E TERZO CAMMINAMENTO

Nel marzo 1426, dopo una pausa forzata per discutere problemi tecnici sull'andamento dei lavori, la costruzione riprende dal livello del secondo camminamento a quota 11,9 m (circa 20 braccia). Esso ripropone lo schema planimetrico anulare del primo; negli sponi sono ritagliati dei varchi per realizzare la completa continuità del percorso; nella mezzeria di ogni lato dell'ottagono si aprono passaggi trasversali nella muratura della calotta interna.

In questo settore sono contenute quattro serie di archi orizzontali, impostati tra gli sponi angolari e i mediani a supporto della calotta esterna.

A partire dal secondo camminamento, il valore critico dell'inclinazione del letto di posa verso il centro dell'ottagono (20° circa ad un'altezza di un metro dal piano di calpestio) ha portato all'adozione di un particolare accorgimento costruttivo: la spinapesce. Alcuni studiosi hanno rilevato che a partire dal livello di applicazione di quest'ultima i giunti laterali dei mattoni assumono orientamento radiale, e non più normale ai lati dell'ottagono

<http://disegnarecon.univaq.it>



(prova del fatto che è stata concepita una cupola poligonale secondo il modello di una circolare). I filari dei mattoni sono stati murati secondo un andamento a "corda blanda" al fine di realizzare ogni letto di posa come superficie continua, cioè priva di interruzioni negli angoli. A contatto con l'intradosso del terzo camminamento sono disposte, in direzione radiale, le traverse della terza catena di macigno.

IL SETTORE TRA TERZO E QUARTO CAMMINAMENTO

A partire dal luglio 1433 la costruzione prosegue dal piano del terzo camminamento interno (quota 23,30 m) fino al serraglio conclusivo, cominciato nel 1435.

Qui l'inclinazione dei letti di posa verso il centro dell'ottagono raggiunge un valore critico per la tendenza allo scorrimento degli strati murari. Per risolvere il problema della continuità dell'apparecchiatura muraria nei punti di collegamento tra vele contigue, vennero predisposti degli speciali mattoni angolari composti da due tronchi di diversa lunghezza.

Figg. 13-14. Viste di corridoi interni.

La tecnica della spinapesce è applicata con una diminuzione della distanza tra le spine fino a 75 cm; per la presa rapida sono stati usati grassello di calce o malta contenente sabbia finemente vagliata. Negli sponi sono stati inseriti elementi radiali di rinforzo in pietra, le cosiddette "leghe", che in corrispondenza dei passaggi sono tagliati trasversalmente a filo di muro.

In questo settore i percorsi di risalita hanno un'organizzazione diversa dai precedenti: l'unica via, agibile fino al piano di calpestio del terzo camminamento, è suddivisa in otto distinti percorsi radiali posti in aderenza dell'estradosso delle vele interne, lungo la mezzeria.

IL SERRAGLIO

Questo elemento costituisce la chiave di volta dell'intero sistema strutturale e funge da elemento di connessione tra cupola e lanterna.

Il modello brunelleschiano del serraglio è la logica conclusione della cupola, di cui rispetta la geometria dell'impianto, e conferma la funzione portante del suo telaio strutturale rafforzato da sponi angolari. Il peso della lanterna grava solo



Figg. 15-16. A sinistra e in alto: Viste della spina pesce.

Figg. 17-18. A destra: viste delle lanterna.

su setti angolari posti in asse con gli sproni, mentre il carico della copertura viene ripartito sulla muratura di contorno.

Un camminamento, il quarto, attraversa i setti angolari ed è contornato dalla muratura che racchiude il pozzo della lanterna e da quella di contatto con le vele. Qui gli ultimi strati di posa dei mattoni delle vele raggiungono un'inclinazione di circa 60°. Le pareti verticali circondano il vuoto interno dell'occhio della lanterna e quelle oblique chiudono idealmente, salvo le aperture per il passaggio, l'intercapedine tra le due calotte.

La muratura perimetrale esterna del serraglio forma nel complesso una struttura tronco-piramidale rovescia a base ottagonale che circonda otto vani a pianta trapezoidale, delimitati tra loro dai setti angolari e comunicanti attraverso portali; ogni vano ha accesso indipendente dal basso attraverso portali posti al centro di ogni lato esterno, in asse con ognuna delle otto scale radiali; ogni vano ha due occhi che si affacciano sull'intercapedine dei settori di vela compresi tra gli sproni angolari e i mediani; delle aperture quadrate, nel

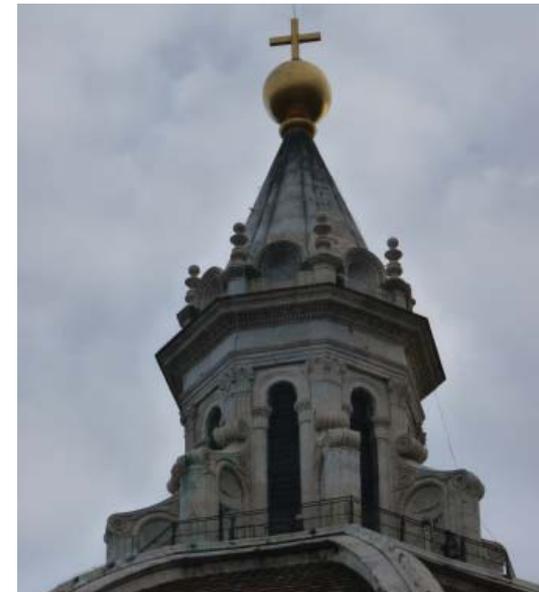
fronte interno di ogni settore, consentono invece l'affaccio nel pozzo centrale della lanterna.

La superficie ideale di contatto tra il serraglio e la cupola è quindi un tronco di piramide a otto facce con il vertice rivolto verso il basso; la superficie interna racchiusa dal serraglio è invece un cilindro retto a sezione orizzontale ottagonale di lato pari a circa 2,95 m. In corrispondenza del serraglio la calotta interna termina su un massiccio anello ottagonale in pietra i cui lati hanno sezione quadrata con 1,75 m di lato, composta da 16 travi in macigno di 0,44 m di lato.

LA LANTERNA

Il 31 dicembre 1436, in seguito ad un concorso, fu approvato il modello della lanterna elaborato da Brunelleschi; la commissione motivò la scelta con i caratteri di leggerezza e di resistenza, la capacità di tenuta alle intemperie, la migliore capacità illuminante per il vano della cupola.

Il progetto brunelleschiano fu rispettato, pur con alcune variazioni, anche dopo la sua morte avvenuta nell'aprile del 1446.



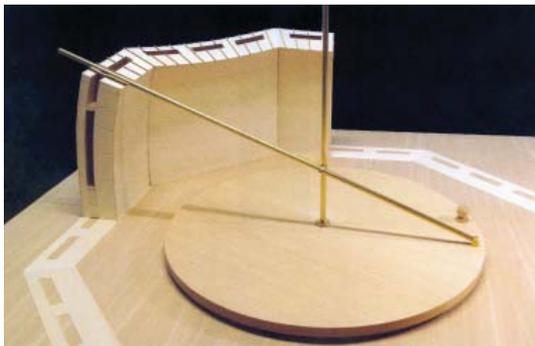
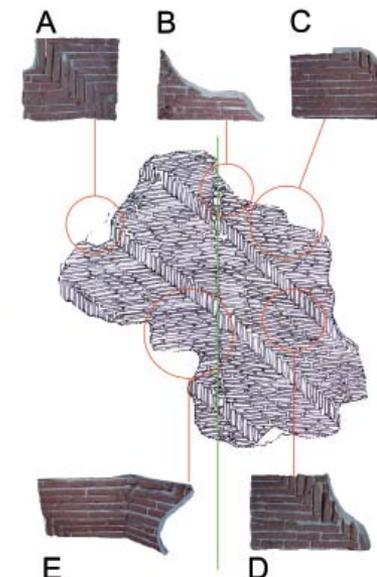
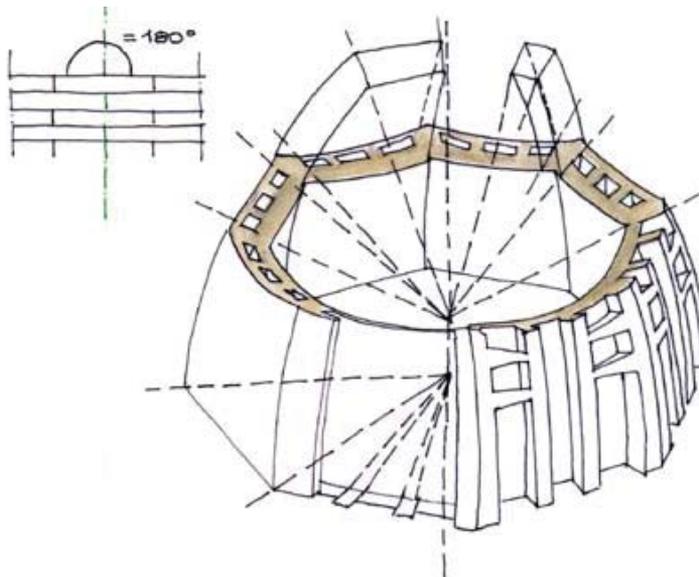


Fig. 19. In alto: modello realizzato dall'Arch. Franco Gizdulich che dimostra come per vele contigue il piano di giacitura dei mattoni è il medesimo.

Fig. 20. Al centro: visione assonometrica in cui si può notare che per vele contigue il piano di giacitura dei mattoni è il medesimo (Disegno di R. Corazzi).

Fig. 21. A destra: individuazione della tessitura dei mattoni determinata sui modelli in vetro resina insistenti su porzioni delle vele 5 e 6 (modelli realizzati durante i lavori di restauro del 1995 agli affreschi del Vasari e dello Zuccari).



La struttura ha un nucleo centrale che si slancia in verticale ed è irrigidito da un sistema di contrafforti che, attraverso un raccordo a volute, costituiscono il sostegno del tempietto ottagonale che contiene il vano interno della lanterna e che fungono anche da elementi di continuità dello sviluppo dei costoloni angolari.

Le facce laterali del volume centrale ospitano dei finestroni centinati su piedritti, dall'accentuato sviluppo verticale. Tramite dei varchi negli otto contrafforti radiali, che liberano dei pilastri esterni, si sviluppa anche a questa quota (37,75 m) un percorso anulare.

Il marmo della composizione non ha solo carattere di rivestimento superficiale, ma costituisce esso stesso struttura portante dato che si tratta di blocchi di grande dimensione, dei quali è stato sfruttato il valore di elevata resistenza meccanica. I pilastri sono costituiti da blocchi monolitici sovrapposti, con giunti orizzontali molto sottili, all'interno cavi e riempiti in corso d'opera di calcestruzzo alleggerito per ridurne il peso; anche le volute di coronamento dei contrafforti radiali sono elementi pressoché monolitici.

All'interno di un pilastro angolare del tempietto centrale fu ricavato il passaggio verticale di accesso ad un piccolo vano superiore, posto sull'estradosso della cupoletta interna e coperto dalla "pergamena", la struttura conica di coronamento su cui è impostata la palla terminale.

Quest'ultima fu realizzata nel 1472 da Andrea del Verrocchio in ottone e dorata in superficie, e con un diametro di circa quattro braccia (2,35 m); nel corso dei secoli però la Cupola è stata colpita da molti fulmini, uno dei quali, il 27 gennaio 1601 causò la caduta della palla della lanterna, di buona parte della "pergamena" e della cornice. Successivamente con un restauro si cercò di ripristinare la situazione secondo l'antico modello, ma la palla assunse dimensioni un po' più grandi e, su consiglio del Buontalenti, venne fatta una finestrina per dar luce e perché rendesse più agevole salire alla croce. Solo nel 1859, a più di un secolo dall'invenzione di Benjamin Franklin, sulla Cupola vennero posti dei parafulmini.

Nel 1475 Paolo dal Pozzo Toscanelli, scienziato e matematico amico di Brunelleschi, realizzò uno gnomone (più propriamente un "foro gnomo-

nico") fissando alla base della finestra sud della lanterna una tavoletta di bronzo recante un foro del diametro di circa 2 cm. Tra la fine di maggio e la fine di giugno, verso mezzogiorno, il passaggio dei raggi solari illumina il pavimento della Cappella della Croce dove si trovano una linea meridiana e due marmi con la funzione di contrassegni solstiziali. Lo gnomone fu poi restaurato nel Settecento dal padre gesuita Leonardo Ximenes.

TRIBUNE E TRIBUNE MORTE

Le tribune furono completate nel 1420 (e quindi prima dell'inizio della costruzione della Cupola). Le tribune morte furono aggiunte su disegno di Brunelleschi e sorgono sulla verticale dei quattro pilastri. Si tratta di edicole poste a coronamento esterno di ciascuno dei quattro piloni di sostegno della Cupola. Questa definizione compare nei documenti a partire dagli anni quaranta del Quattrocento e probabilmente indica che le tribunette non racchiudono spazi accessibili dal livello della chiesa e non assolvono ad alcuna funzione cerimoniale. Sia le tribune che le tribune morte sono nate con la funzione di contrafforti per contra-



Fig. 22. Immagine della "cupolina" rinvenuta all'interno dell'ex Teatro degli Intrepidi (foto di A. Bartolozzi).

stare le spinte orizzontali della Cupola; il collegamento tra queste strutture però subì grosse lesioni per effetto sia delle spinte della Cupola che per differenti assestamenti verticali delle strutture in questione e dell'ottagono e la loro iniziale funzione di contrafforti oggi è probabilmente quasi del tutto venuta meno.

L'APPARECCHIATURA MURARIA E I METODI REALIZZATIVI

La muratura della parte più bassa della Cupola è costituita da grossi blocchi squadrati di pietra arenaria murati con sottili letti di calce lievemente declinanti al basso verso l'asse della Cupola, approssimativamente normali alle superfici delle due calotte.

E' una muratura a tutto spessore sino a circa 3,50 m sopra il piano di spicco della volta, per poi dividersi nelle due calotte tra questa quota e i 7,00 m circa sopra il piano di spicco della Cupola (corrispondente a un'inclinazione di circa 10° sull'orizzontale del raggio che negli spigoli unisce la mezzera della muratura al centro di curvatura); propria da questa quota termina la muratura in

pietra e comincia quella in mattoni che, procedendo verso l'alto, prende gradatamente la caratteristica disposizione a "corda blanda".

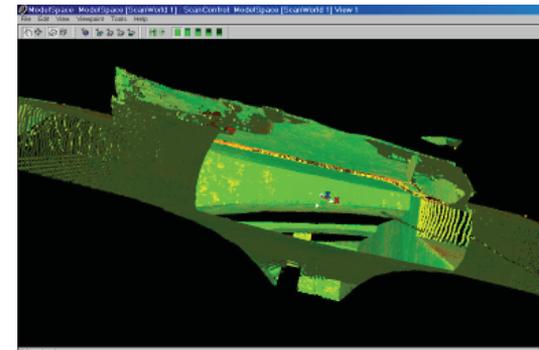
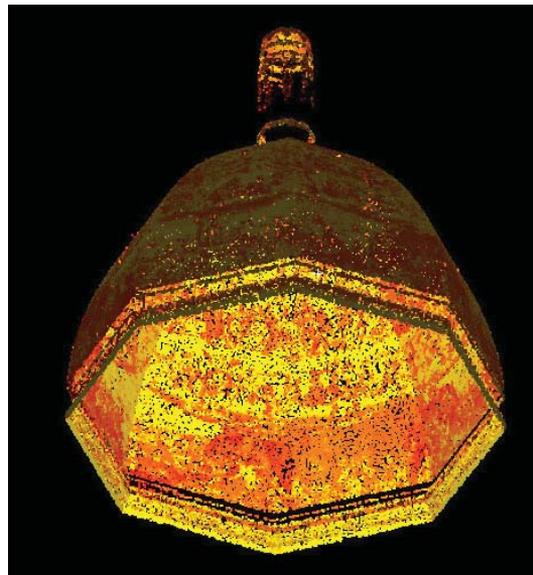
La massima inclinazione verso l'interno dei corsi di mattoni risulta di poco superiore ai 60°.

Lo spessore medio dei mattoni è compreso fra 4,5 e 5 cm, mantenuto costante all'interno dei singoli corsi di muratura, e lunghezze variabili tra 12 e 45 cm, con alcune anomalie rappresentate da elementi di lunghezza inferiore a 10 cm. Lo spessore dei letti di malta è compreso tra 4 e 10 cm e un'organizzazione della muratura per filari ottenuti con mattoni regolari divisi da giunti di malta ad andamento rettilineo e paralleli fra loro. E' stato infine verificato che la muratura dei costoloni si presenta ordinata e rigorosa, mentre quella rimanente sembra realizzata più liberamente e con minore attenzione compositiva; i giunti di malta, sottili e regolari nella muratura dei costoloni, nelle rimanenti aree hanno dimensioni considerevoli ed uno sviluppo caratterizzato da variazioni di spessore.

Per quanto riguarda il tracciamento della Cupola, non si hanno notizie certe circa il metodo impie-

gato. Non resta testimonianza del modo di sostenere le centine e di posizionarle correttamente rispetto ai riferimenti di quota e di orientamento; non è escluso che esse fossero vincolate a una struttura centrale avente funzione di coordinamento strutturale e geometrico. In ogni caso è evidente che a guidare la curvatura delle vele dovettero esserci negli angoli elementi conformati secondo criteri di geometria elementare, disposti su piani verticali orientati radialmente e incidenti su un comune asse centrale¹⁰. Nella ricostruzione del Mainstone del metodo del "gualandrino" con tre "corde" si ipotizza che per il tracciamento di ogni spigolo dell'intradosso della calotta interna si materializzasse un triangolo isoscele che ruotando attorno alla sua base orizzontale descrivesse col suo vertice il tracciato dell'intradosso dello spigolo. E' certo che per controllare la curvatura degli otto spigoli fossero impiegate otto sagome di legno (rivestite in ferro contro l'usura) costruite nel 1420 e rinnovate periodicamente¹¹.

In ogni caso le operazioni di tracciamento richiedevano un attento coordinamento nell'impostazione di riferimenti su diversi settori della strut-



tura; per evitare discontinuità strutturali e per compensare eventuali irregolarità dovevano essere effettuati frequentemente controlli di curvatura della volta con centine-guida angolari, della convergenza al centro dei giunti laterali dell'apparato murario e dei piani verticali degli sproni e controlli dell'inclinazione costante per ogni letto di posa.

Un operaio per poter eseguire un lavoro all'interno o all'esterno di una muratura veniva sospeso nel vuoto a mezzo di un paio di brache e tre corde avevano il compito di spostare l'operaio medesimo verso il basso o l'alto e verso sinistra o destra. Per la realizzazione della Cupola, come si sa, il Brunelleschi adottò la soluzione di murare senza centine e decise di suddividere il cantiere in otto parti e precisamente in un numero pari alle otto vele; la programmazione del lavoro secondo questa organizzazione dava la possibilità di fare avanzare in altezza in maniera uniforme la muratura sugli otto lati dell'ottagono.

Inoltre per non creare zone deboli, da un punto di vista statico, vennero utilizzate le corde blande in maniera da evitare discontinuità dei piani tangen-

ti in corrispondenza degli sproni angolari. Di questi fu intuiva la funzione fondamentale per la stabilità della Cupola.

Per verificare la curvatura degli otto spigoli vennero impiegate otto sagome di legno. Ciascuna di queste aveva una lunghezza pari a circa 2.65 m e spessore di un braccio ed era tenuta ferma con tiranti fissati ai ganci metallici affioranti dalla muratura fino al momento in cui non fosse terminata la porzione delle vele adiacenti allo spigolo.

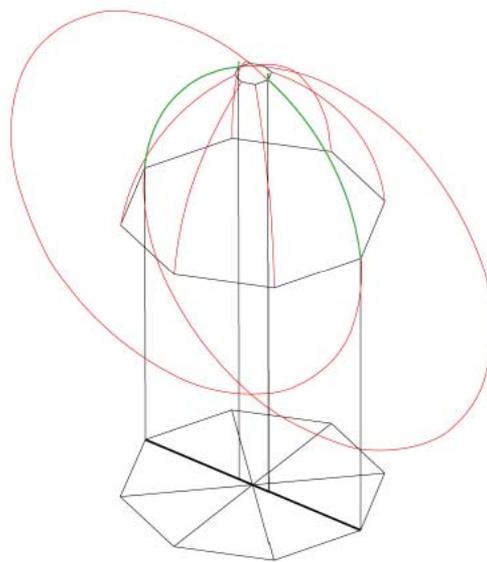
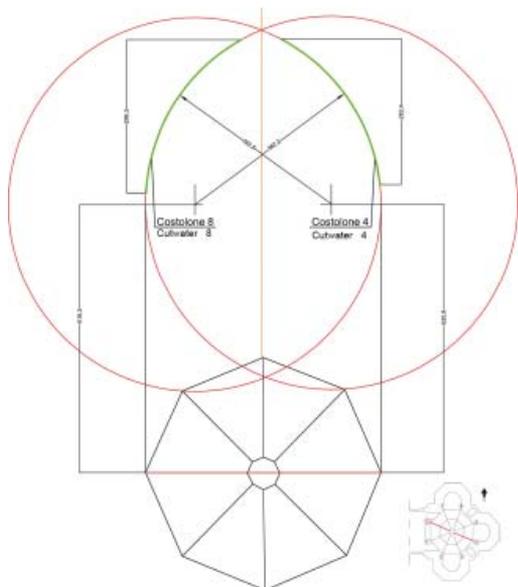
Successivamente veniva spostata verso l'alto per far proseguire la realizzazione della muratura nella parte più alta.

Le superfici delle vele erano determinate da rette orizzontali che venivano posizionate a due spigoli adiacenti e che erano determinate con livelle e strumenti di traguardo ottico.

Nel Cinquecento, Giovan Battista Gelli racconta che il Brunelleschi facesse preparare un grande piano sulle rive dell'Arno su cui sarebbero state tracciate le varie parti della Cupola a grandezza naturale per poter di conseguenza ricavare i vari disegni.

Certo che il Brunelleschi dovette anche pensare e

Figg. 23-24-25. Nuvola dei punti della Cupola esterna, interna e dell'intercapedine fra le due cupole.



risolvere il problema della costruzione geometrica dei costoloni angolari e meridiani.

Il Bartoli fa un'ipotesi geometricamente valida e più precisamente: *... Sarebbe stato sufficiente trapiantare la faccia del costolone in costruzione con qualunque punto della faccia omologa del costolone opposto anch'esso in costruzione perché si sarebbero trovate sullo stesso piano verticale.*

Gli operatori trovandosi da parti opposte stavano compiendo delle operazioni di proiezione proiettiva (sicuramente il Brunelleschi conoscendo la geometria fu in grado di escogitare questo sistema). E' bene ricordare che il Brunelleschi nelle istruzioni dettate nel 1420 all'Opera del Duomo dice: "Murinsi le Cupole nel modo disopra, senz'alcuna armadura, massime insino a braccia 30: ma da indi in su, in quel modo che sarà consigliato e deliberato per quei maestri che l'avranno a murare: perché nel murare la pratica insegna quel che sia ha da seguire".

Questa affermazione ci fa pensare che il Brunelleschi abbia risolto i vari problemi che gli si presentavano durante la fase costruttiva e che abbia

individuato la soluzione più opportuna confrontandosi con i vari Alberti, Toscanelli, ecc.

INDAGINI SVOLTE SULLA CUPOLA¹² RILIEVO CON IL LASER SCANNER

Nel febbraio 2004 è stato eseguito un primo rilievo con il scanner laser dalla società fiorentina General Engineering – Galileo Siscam Technology – in collaborazione con la Codevintec di Milano. Per il rilievo è stato utilizzato uno strumento del tipo «a tempo di volo», ritenuto il più adeguato sia per la portata che per la velocità di acquisizione.

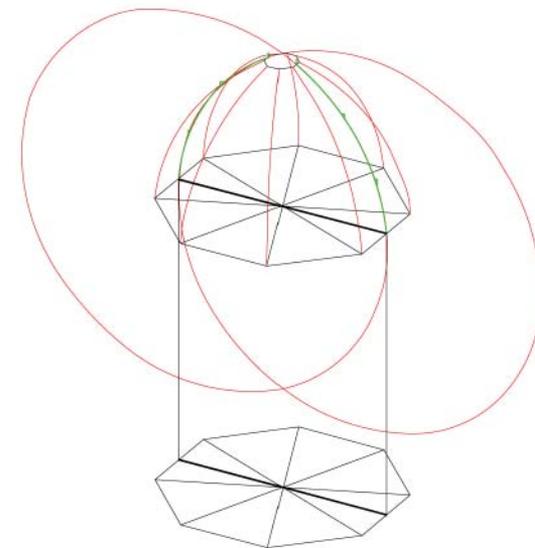
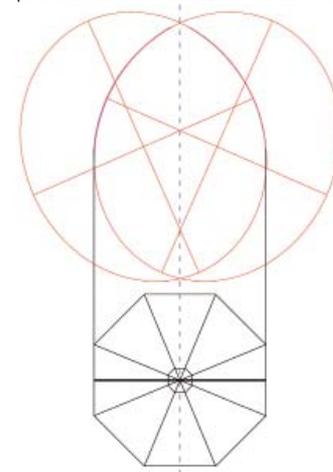
Questo strumento ha permesso di definire le volumetrie della Cupola nella loro globalità e di documentare tutte le superfici in maniera continua con una nuvola di punti, che copre il manufatto in maniera omogenea.

Sono state rilevate tre vele nella parte nord-ovest dal timpano della cattedrale) dell'estradosso esterno, e una porzione di due vele (parte nord-ovest dal primo ballatoio).

Un ulteriore rilievo con scanner laser è stato eseguito nel 2006 dalla ditta GEOARTE S.T.A. (Sistemi

Figg. 26-27. A sinistra: rappresentazione in pianta e sezione ed assonometrica della nuvola dei punti di due costoloni con indicazione della circonferenza teorica.

Figg. 28-29. In basso: rappresentazione in pianta e sezione ed assonometrica della nuvola dei punti di due vele con indicazione dell'ellisse teorica.



Tecnologici Avanzati) s.r.l. di Castelfranco di Sopra (Arezzo).
In questo caso è stato rilevato tutto l'intradosso della Cupola interna.
Questa nuvola di punti è stata oggetto del presente studio per la ricerca della geometria del profilo della Cupola, che è poi stata confrontata con quello ottenuto dalla ditta FO.A.R.T. con il rilievo fotogrammetrico. Con il rilievo con il laser scanner è stato possibile dimostrare che le sezioni realizzate sulla mezzeria delle vele della Cupola sono rappresentate da archi di ellissi e le sezioni quali archi di circonferenza si trovano in corrispondenza dei costoloni.

RILIEVO CON IL METODO GEORADAR

Nel maggio 2002 è stata eseguita una prima indagine geofisica non invasiva con strumentazione georadar sull'estradosso della vela interna, posta a sud-est.

Lo scopo era quello di individuare e mappare l'eventuale presenza di cavità o di elementi di consolidamento presenti nello spessore della muratura.

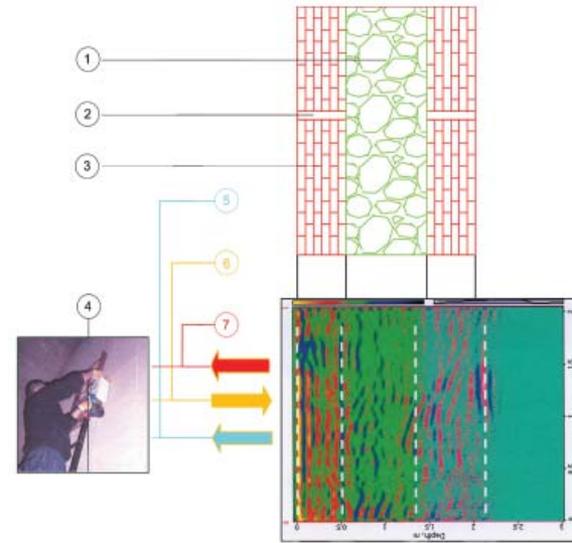
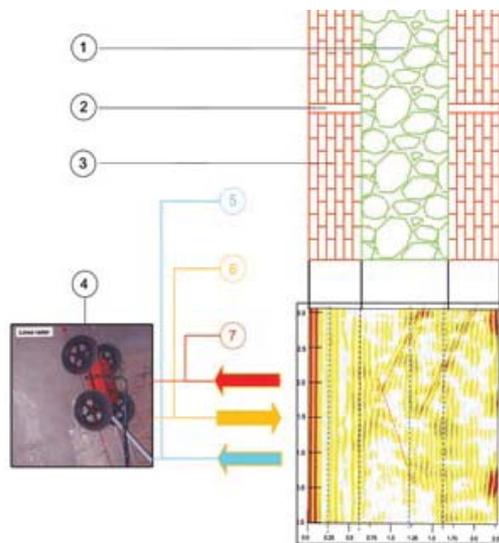
Sono state utilizzate antenne da 600 e 1500 MHz, con verso di percorrenza sulla superficie della vela perpendicolare rispetto al piano di riferimento dei ballatoi, dal basso verso l'alto e con passo di 50 cm.

Le immagini ottenute con il georadar rappresentano le sezioni verticali relative ognuna ad un profilo lineare coperto dall'antenna mobile sulla superficie investigata.

Per ogni settore sono state messe a confronto le sezioni ottenute con le diverse frequenze e sono state studiate le caratteristiche elettriche dei materiali costituenti la parti indagate, la velocità di propagazione delle onde elettromagnetiche, la permittività elettrica relativa (costante dielettrica) e le profondità raggiunte.

Dall'elaborazione dei dati è emerso che la sezione della Cupola è formata fondamentalmente da due «paramenti o fronti», all'interno dei quali si trova un «riempimento».

Il materiale del fronte estradosso è sicuramente costituito da una tessitura in mattoni, caratterizzata dai filari della corda blanda e dalla spinape-



sce per uno spessore che non supera i 70 cm; per la cortina opposta, ben delineata per le riflessioni lineari del segnale registrate sempre a circa 1,75 m dalla superficie, si ipotizzano le stesse caratteristiche di tessitura e le stesse dimensioni. Per la parte intermedia, definita «riempimento», è possibile ipotizzare un vero e proprio sacco con materiale incoerente, oppure una diversa apparecchiatura degli elementi in cotto.

A partire dal vano in alto si sono evidenziate tracce di possibili elementi di collegamento tra le parti. Si tratta di riflessioni abbastanza lineari, che partono dall'intradosso della calotta, sono inclinate sempre nello stesso modo e sembrano «annegate all'interno» del livello di «riempimento».

RILIEVO CON IL METODO TOMOGRAFICO

Sulla Cupola, l'indagine tomografica, ha evidenziato la presenza di materiali con valori di resistività assai diversi fra loro, in particolare è stato riconosciuto un primo livello superficiale (lato estradosso) dello spessore di circa 0,50-0,60 m. E' presente un secondo livello di materiali più omogenei e conduttivi, dello spessore di circa

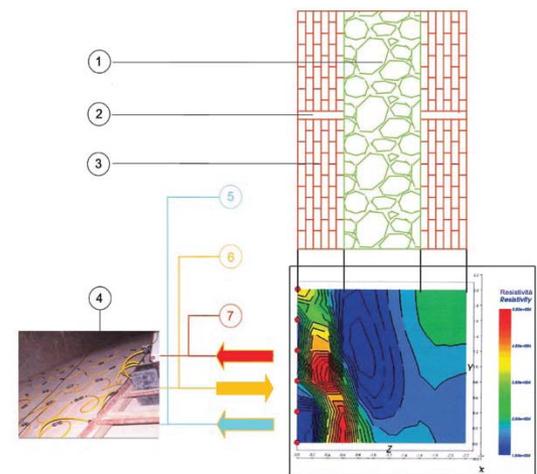


Fig. 30-31-32. Indagini georadar e tomografia.
1 Riempimento-2 Mattoni spina pesce-3 Mattoni posti per piano
4 Complesso antenna. Trasmettitore-5 Impulso elettromagnetico di risposta di un materiale con riflettività alta (laterizio)-6 Impulso elettromagnetico inviato dal radar al materiale-7 Impulso elettromagnetico di risposta di un materiale con riflettività bassa.

0,80 m. Vi è la presenza di un terzo strato, fino all'incontro con l'intradosso, di materiali con resistività maggiore, paragonabili alla zona estradosale.

La zona centrale della Cupola (quella con i valori più bassi di resistività) ha valori di resistività comparabili con la zona in cui è presente un architrave di arenaria, in corrispondenza della parte bassa-centrale del grigliato tomografico.

I risultati conclusivi e congiunti delle varie metodologie utilizzate sulla vela indagata, non consentono di ipotizzare la presenza di materiale ferroso utilizzato come armatura strutturale della Cupola del Domo. Diversamente nei camminamenti le fasce metalliche e/o ferrose hanno dimensioni e lunghezze maggiori, spesso superiori ad uno-due metri di lunghezza, ma soprattutto hanno una geometria ricorrente nei vari vani indagati.

La struttura della Cupola può essere assimilata ad una struttura costituita da tre strati di spessore abbastanza costante, ma costituito da litotipi diversi, sia dal punto di vista della riflettività elettromagnetica, sia dal punto di vista della resistività elettrica.

RILIEVO CON IL METODO ENDOSCOPICO

E' stato possibile l'utilizzo di questa apparecchiatura per la presenza di fenditure e spaccature, all'interno delle quali è stato introdotta una sonda rigida o flessibile dell'endoscopio.

Attraverso il sistema ottico è stato osservato, fotografato e filmato alle varie profondità quale risulta essere l'assetto murario della Cupola. Sono state approntate più riprese di cui si riportano i risultati e le varie relazioni.

Si deve far notare che durante l'indagine accurata della superficie di questa vela, è stato scoperto un carotaggio (\varnothing cm 8 e profondo m 2.00) a suo tempo effettuato da qualche ricercatore³.

Da una approfondita ricerca è emerso che furono eseguiti ben quattro carotaggi su quattro vele e di cui riportiamo le immagini e le relative relazioni. Oltretutto in uno di questi carotaggi è stato rinvenuta la camicia, vi era depositato quota parte di materiale carotato. Le carote non sono più esistenti in quanto furono utilizzate per prove di laboratorio, ma le loro immagini, fornite dalla



relazione pubblicata sugli atti del Dipartimento di Scienza di Costruzioni e dalla prof.ssa Berta Leggeri, hanno dato l'opportunità di avere, insieme alle foto della superficie interna di ciascun carotaggio, la conferma di quanto è stato ottenuto con le indagini di georadar e tomografia.

INDAGINI CON IL METAL DETECTOR

Nell'ambito delle prospezioni tomografiche e georadar, sono state effettuate anche delle indagini con il metal detector. Sulla porzione di vela il metal detector ha rilevato la presenza di materiale ferroso.

Lungo i corridoi delle vele est ed ovest le linee si dispongono parallelamente al perimetro del camminamento, in posizione ravvicinata all'intradosso della calotta esterna; in particolare, lungo la vela ovest un'anomalia raggiunge la lunghezza di 4,00 m, sviluppandosi lungo quasi tutto il vano tra il costolone d'angolo e quello intermedio.

Le altre linee risultano avere una lunghezza media di 80/90 cm con un'inclinazione di circa 30° rispetto al perimetro del camminamento. Come si può osservare dall'indagine georadar



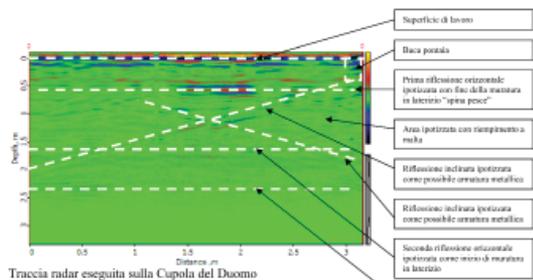
INTRADOSO DELLA CALOTTA INTERNA.
Visivamente presenta caratteristiche compositive simili all'estradosso

Zona centrale del paramento murario che visivamente presenta caratteristiche compositive diverse dalle zone intradosale ed estradosale, lasciando ipotizzare la possibile composizione a tre strati. La geometria inclinata centrale potrebbe corrispondere alle anomalie inclinate visibili dalle sezioni radar.

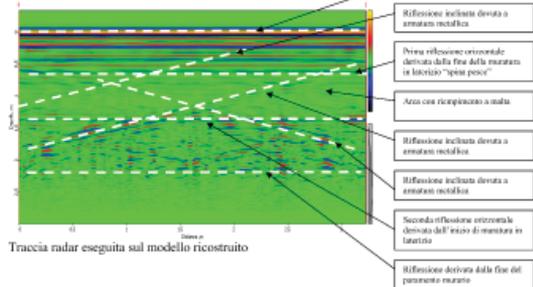
ESTRADOSO DELLA CALOTTA INTERNA.
Visivamente presenta caratteristiche compositive simili all'intradosso

Figg. 33-34-35. Fenditura e carotaggio di \varnothing 80 mm. e profondo 2.00 m e carota.

Modello interpretato ricavato dalle linee radar svolte sulla Cupola del Duomo



Modello ricostruito



eseguita nel 2002 sono ben chiari i segnali inclinati che rappresentano i ferri e che sono posizionati nelle zone che interessano la cupola portante; il ferro fu acquistato durante il periodo di costruzione della Cupola come dimostrano i documenti dell'archivio dell'Opera del Duomo editi nel sito "Gli anni della Cupola".

INDAGINE SVOLTE SUL MODELLO SPERIMENTALE

Per poter verificare in maniera esatta la composizione della cupola interna portante e determinare l'effettiva composizione e posizione dei materiali è stato realizzato un modello sperimentale nel resede della sede della Facoltà di Architettura in piazza Ghiberti di Firenze. Il modello è stato realizzato costituito da due paramenti più esterni di dimensioni pari a 75 cm e costituiti da mattoni e malta e da una zona interna formata da malta,



Fig. 36. Confronto tra i radargrammi realizzati sulla Cupola e sul modello sperimentale.

Fig. 37. Modello in legno realizzato da R. Corazzi. Il modello evidenzia le parti strutturali della Cupola.

pietra, mattoni e da ferro (questo è stato realizzato con tubi innocenti e inclinati di un angolo pari a 45°).

L'indagine georadar svolta sul modello ricostruito è stata svolta utilizzando la medesima strumentazione utilizzata durante i rilievi condotti all'interno della Cupola di Firenze.

Le misure raccolte, elaborate con apposito software, hanno permesso di individuare le medesime riflessioni riscontrate nel paramento murario della vela della Cupola del Duomo, tali da confermare la struttura composta da tre strati: il primo (estradosso) in laterizio di mattoni "spina pesce", il secondo (intermedio) costituito da un riempimento misto di malta e elementi lapidei e/o di laterizio, mentre il terzo (intradosso) sempre in laterizio di mattoni "spina pesce".

Gli spessori sono stati confermati dal rilievo georadar svolto sul modello attraverso il parametro

"permissività" che ha confermato la profondità delle riflessioni individuate nella Cupola.

In corrispondenza delle barre metalliche inserite nel modello, sono state riconosciute le medesime forme di riflessione individuate nella Cupola.

In conclusione, le modalità costruttive ipotizzate in seguito ai rilievi georadar, tomografia, endoscopia, metal detector svolti sulla Cupola, sono state confermate dai rilievi svolti sul modello, sia dal punto di vista dei materiali utilizzati, sia dal punto di vista geometrico della struttura e dei rinforzi metallici.

NOTE

[1] Non si può parlare di ottagono regolare perché c'è una differenza di misura tra i lati che raggiunge anche i 63 centimetri. Cfr Corazzi R., Conti G., Marini S., Cupola di Santa Maria del Fiore. Tra ipotesi e realtà, p. 19, Bologna 2005.

[2] La catenaria è una curva piana che si dispone secondo l'equilibrio di un filo o di una catena, fissata agli estremi e soggetta al suo peso.

[3] Bernoulli Giovanni (1667 - 1748) nacque a Basilea da una famiglia di illustri matematici e insieme al fratello Giacomo affrontò lo studio della catenaria. Se un filo appeso ai due estremi è soggetto a carico uniforme, la catenaria assume la forma di una parabola.

[4] Gli arconi orizzontali sono una variante rispetto al programma del 1420, che prevedeva delle "volicciuole" radiali a botte destinate a collegare tra loro le due calotte, ma che non sono mai state realizzate.

[5] Ippolito L., Peroni C. La Cupola di Santa Maria del Fiore, p. 21, NIS, Roma 1997.

[6] Fanelli G., Fanelli M. La Cupola del Brunelleschi. Storia e futuro di una grande struttura, p. 185, Mandragora, Firenze 2004.

[7] Le docce per lo smaltimento delle acque, murate tra il 1421 e il 1428 negli angoli del tamburo, sono state sostituite con altre disposte lungo i due margini dei pilastri angolari e ricoperte in muratura, a seguito del rapporto fatto all'Opera nel 1639 da Gherardo Silvani sullo stato di conservazione della cupola (cfr Ippolito L., Peroni C., La Cupola di Santa Maria del Fiore, p. 40).

[8] Ippolito L., Peroni C. La Cupola di Santa Maria del Fiore, p. 30, NIS, Roma 1997.

[9] Ippolito L., Peroni C. La Cupola di Santa Maria del Fiore, p. 44, NIS, Roma 1997.

[10] Fanelli G., Fanelli M. La Cupola del Brunelleschi. Storia e futuro di una grande struttura, p. 193 Mandragora, Firenze 2004.

[11] Si veda in proposito Spirali Sfera di MC Escher, 1999 Cordon Art BV - Baarn - Olanda e MC Escher's "Speres Spirals" ("Bolspiralen") di stampa xilografia del 1958.

[12] Per maggiori approfondimenti consultare R. Corazzi, G. Conti Il segreto della Cupola del Brunelleschi a Firenze-The Secret of Brunelleschi's Dome in Florence, Angelo Pontecorboli, Firenze 2011.

BIBLIOGRAFIA

-Bartoli Lando, 1994, Il disegno della cupola del Brunelleschi, Olshki, Firenze.

-Battisti Eugenio, Filippo Brunelleschi, Electa, Milano 1989.

-Chiarugi Andrea, Quilghini Demore, 1984, Tracciamento della cupola del Brunelleschi. Muratori e geometria. in «Critica d'Arte», XLIX, s. IV, n. 3, pp. 38-47.

-Quilghini Demore, 1984, La cupola del Brunelleschi: la geometria, in «Ingegneri Architetti Costruttori», Giugno-Settembre.

-Chiarugi Andrea, 1984, La cupola del Brunelleschi. Problemi di tracciamenti e costruzione: il modello dell'ACMAR, in «Ingegneri Architetti Costruttori», Giugno, pp. 31-37.

-Corazzi Roberto, Conti Giuseppe, Marini Stefania, 2005, La Cupola di Santa Maria del Fiore, Tra ipotesi e Realtà', Pitagora ed., Bologna.

-Conti Giuseppe, Corazzi Roberto, 2005, La Cupola di Santa Maria del Fiore raccontata dal suo progettista Filippo Brunelleschi. Sillabe., Livorno.

-Corazzi Roberto, Conti Giuseppe, La Cupola di Brunelleschi fra ipotesi e realtà, in disegnare n. 31 idee immagini (Rivista semestrale del dipartimento RADAAR Università degli Studi di Roma "La Sapienza"), pp.56-67.

-Corazzi Roberto, Conti Giuseppe, 2007, Indagini non invasive e rilievi della cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze, in Costruire in laterizio n. 115 Faenza Editrice, Faenza, Gennaio-Febraio.

-Corazzi Roberto, 2005, Il rilievo con indagini avanzate - La Cupola di santa Maria del Fiore, in "I percorsi del Principe" a Firenze - Rilievo integrato tra conoscenza e lettura critica (ed. Emma Mandelli), Materia e geometria 15/2005, Alinea Editrice, Firenze. pgg. 21 - 36.

-Corazzi Roberto, 2005, Il rilievo. Indagini in profondità sul modello reale con strumentazioni avanzate: il georadar. in Le metodologie innovative integrate per il rilevamento dell'architettura e dell'ambiente -Gangemi Editore, Roma. pgg. 251-253

-Corazzi Roberto, Conti Giuseppe, 2011, Il Segreto della Cupola del Brunelleschi - The Secret of Brunelleschi's Dome in Florence, Angelo Pontecorboli Editore, Firenze.

-Dalla Negra Riccardo, 2004, (a cura di), La Cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze. Il rilievo fotogrammetrico, Sillabe editrice, Livorno.

-Di Pasquale Salvatore, 1980, Recenti ricerche sulla Cupola di Santa Maria del Fiore, in Filippo Brunelleschi. La sua opera e il suo tempo, Atti Convegno internazionale di studi, Firenze 16-22 ottobre 1977, Centro Di, Firenze, pp. 893-902.

-Di Pasquale Salvatore, 2002, La costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore, Biblioteca Marsilio, Venezia.

-Von Fabriczy C., 1977, Filippo Brunelleschi. La vita e le opere. ed. A.M. Poma. Uniedit, Firenze.

-Fanelli Giovanni, Fanelli Michele, 2004, La cupola del Brunelleschi. Storia e futuro di una grande struttura. Mandragora, Firenze.

-Fondelli Mario, Rilievo fotogrammetrico della volta affrescata della cupola in Ferri W., Fondelli M., Franchi P., Greco F., Il rilevamento fotogrammetrico della cupola di Santa Maria del Fiore, «Bollettino di Geo-

desia e Scienze Affini dell' I.G.M.», XXX, 1971, pp. 158-184.

-Galluzzi Paolo, 1996, Gli ingegneri del Rinascimento da Brunelleschi a Leonardo da Vinci, catalogo della mostra (Firenze, Palazzo Strozzi, 22 giugno 1966-6 gennaio 1997), Giunti, Firenze.

-Guasti Cesare, 1974, Un disegno di Giovanni di Gherardo da Prato, poeta e architetto, concernente alla Cupola di Santa Maria del Fiore, Belle Arti. Opuscoli descrittivi e biografici, Firenze.

-Guasti Cesare, 1974, La Cupola di Santa Maria del Fiore illustrata con i documenti dell'Archivio dell'Opera secolare, Barbera Bianchi e Comp., Firenze 1857, rist. anast. A. Forni, Bologna.

-Gurrieri Francesco, 1994, La cupola, in F. Gurrieri, G. Belli, A. Benvenuti Papi, R. Dalla Negra, Fabbri P., Tesi V., La cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze, Cassa di Risparmio di Firenze, Vol. I e II.

Margaret Haines, a cura di Firenze, Gli Anni della Cupola. Archivio digitale delle fonti dell'Opera di Santa Maria del Fiore, 1417-1436, Opera di Santa Maria del Fiore, anno di copyright dell'edizione consultata (riportato in fondo ad ogni pagina HTML). Segue l'indirizzo URL del sito consultato (<http://www.opera-duomo.firenze.it/cupolaoppurehttp://duomo.mpiwg-berlin.mpg.de>)

-Ippolito Lamberto, Peroni Chiara, 1997, La Cupola di Santa Maria del Fiore, La Nuova Italia Scientifica, Roma.

-King Ross, 2001, La cupola di Brunelleschi, Rizzoli, Milano, Ottobre.

-Mainstone Roland J., 1970 Brunelleschi's Dome of S. Maria del Fiore and some related structures, London.

-Mainstone Roland J., 1997, Le origini della concezione strutturale della Cupola di Santa Maria del Fiore, in Atti del Convegno Brunelleschiano-, Centro Di, Firenze, p. 884.

-Manetti Antonio, 1992, Vita di Filippo Brunelleschi, a cura di C. Perrone, Salerno Editrice, Roma.

-Nardini Despotti Mospignotti A., 1885, Filippo di Ser Brunellesco e la Cupola del Duomo di Firenze, Dalla Tipografia di Giuseppe Meucci, Livorno.

-Nelli Giovan Battista, 1753, Ragionamento sopra la maniera di voltar le cupole senza adoperarvi le centine, in Discorsi di Architettura del senatore Giovan Battista Nelli, per gli Eredi Paperini, Firenze.

-Opera di Santa Maria del Fiore in Firenze., 1939, Rilievi e studi sulla Cupola del Brunelleschi eseguiti dalla Commissione nominata il 12 gennaio 1934, Firenze.

-Ricci Massimo, 1995, Tecnologia della Cupola di Santa Maria del Fiore in relazione ad una ipotesi sulla sua regola di costruzione, in «Bollettino Architetti», 8, pp. 2-15.

-Ricci Massimo, 1983, Il fiore di Santa Maria del Fiore, Alinea, Firenze.

-Ricci Massimo, 1987, L'accusa di Giovanni di Gherardo Gheparda a Filippo Brunelleschi: spiegazione integrale della pergamena, dei disegni e relativi contenuti tecnici, Salimbeni, Firenze.

-Saalman Howard, 1980, Filippo Brunelleschi. The cupola of Santa Maria del Fiore, London, A. Zwemmer.

-Sanpaulesi Piero, 1951, Ipotesi sulle conoscenze matematiche statiche e meccaniche del Brunelleschi, in «Belle Arti», II, pp. 25-54.

-Sanpaulesi Piero, 1937, Il rilievo della cupola del duomo di Firenze, 1937 in «Rivista d'Arte», 19 (1937) n° 1.

-Sanpaulesi Piero, Biradi G., 1972, Vecchie e recenti ricerche sulla Cupola di Santa Maria del Fiore e la interpretazione di un nuovo rilievo fotogrammetrico in «Antichità viva», XI.

-Sanpaulesi Piero, 1977, La cupola di Santa Maria del Fiore. Il progetto-La costruzione, Edam, Firenze.

-Settle T.B., 1978, Brunelleschi's Horizontal Arches And Related Devices, Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze, a. III,

fasc. 1, pp. 65-80.

-Sgrilli Bernardo Sansone, 1733, Descrizione e studi dell'insigne Fabbrica di Santa Maria del Fiore, Metropolitana fiorentina, Per Bernardo Paperini, Firenze.

-Vasari Giorgio, 1991, Le vite de' più eccellenti architetti, pittori et scultori italiani, da Cimabue, insino a' tempi nostri, Firenze, per i tipi di Lorenzo Tormentino, 1550; rist. a cura di L. Bollori e A. Rossi, presentazione di G. Previtali, Torino, Einaudi.

-Verdon Timothy, 1995, a cura di, Alla riscoperta di Piazza del Duomo in Firenze. 4: La Cupola di Santa Maria del Fiore. Saggi di C. Acidini Luchinat, S. Di Pasquale, M. Lingohr, A. Paolucci. Centro Di, Firenze.

-Ximenes Leonardo, 1757, On the Old and New Florentine Gnomon and on astronomic, physical and architectonic observations, Stamparia Imperiale, Firenze.