

**MARIA TERESA BARTOLI**

Full Professor of Architectural Survey, coordinator of the Doctorate in Architecture (Unifi), currently retired. Her researches are devoted to the relationship between historical design and development of scientific thinking in European history and are conducted through the survey of significant monuments of historical architecture, especially Florentine and Tuscan, applying both traditional and currently integrated technologies.

## The Gothic Design of San Giovanni Valdarno

### *Il disegno gotico di San Giovanni Valdarno*

The aim of any critical analysis turned to the historical city should be the highlighting of the complexity of human knowledge deployed in its realization starting from its design.

To bring to light the technical and symbolic reasons of the former design of a Gothic city such as San Giovanni Valdarno can become an operation of archeology, aimed at the recovery of unknown rules not explicitly transmitted by the documents but implicit in the artefact: it may be necessary both to the understanding of the present city and to the project of its further developments.

With the support of the computational techniques offered by CAD, and of the scientific thought of the Abachists, associated with the authority of Vitruvius, the father of architectural treatise, numerical and geometrical reasons of the planimetric shape of the Terra Nuova become recognizable.

*Obiettivo di un'analisi critica della città storica dovrebbe essere la messa in luce della complessità di conoscenza umana dispiegata nella sua realizzazione, mediante il suo disegno.*

*Recuperare le ragioni tecniche e simboliche del disegno originario di una città gotica come San Giovanni Valdarno diventa un'operazione di archeologia, rivolta al recupero di regole sconosciute non trasmesse in forma esplicita dai documenti ma implicite nel manufatto, utili sia alla comprensione della città' attuale sia al progetto dei suoi ulteriori sviluppi.*

*Col supporto delle tecniche di computo offerte dal CAD, sulla base del pensiero scientifico degli abachisti, associato all'autorità di Vitruvio, il padre della trattatistica di architettura, divengono riconoscibili le ragioni numeriche e geometriche della figura planimetrica della Terra Nuova.*

**Keywords:** Terre Nuove, Gothic town planning, Gothic architecture, medieval science, metrology

**Parole chiave:** Terre Nuove, Urbanistica gotica, Architettura gotica, Scienza medioevale; metrologia

## THE GOTHIC DESIGN OF SAN GIOVANNI VADARNO

*The secret of the pyramids is revealed if you don't calculate them in meters, but in ancient cubits.*<sup>1</sup>

Archaeology deals with material traces from the past and the study of cultures whose written sources are not sufficient to shed light on them. The Gothic period, rich in both material and written documents, is generally not considered in the field of archaeology; yet historiography has sometimes exerted a sort of misinformation on it, projecting onto its artefacts and writings the paradigms of contemporaneity, far removed from its culture. Gothic urban planning forms the basis for many modern European cities, and almost always those that are still the most successful. The cultural conceptions that dictated the design references for their plans were not always explained by the sources that have come down to us and, at times, readings that lacked the necessary historical knowledge have resulted in misleading hypotheses. The aim of any critical analysis of a historical city should not be a mere description of its image, but rather to demonstrate the complexity of human knowledge revealed through its accomplishment, including in this the creative process of its first design. Bringing to light the technical and symbolic reasons for the original design of the ancient centre of San Giovanni Valdarno and the paradigms it derived from is both an archaeological process and a prerequisite in order to reconstruct how that design was transformed over time, resulting in the present-day city. The historical centre is still the heart of the city, and its further transformations must be guided.

The project description of Gothic architects, far from the codification put in place after the scientific revolution, had distinct characteristics, which were partly overshadowed in the expression used by Filippo Brunelleschi's biographer in describing the project he illustrated to the friars of Santo Spirito: con un disegno... e a bocca... Given some graphic indications aimed at guiding the mental image, the precise figure could be described in words, and this can only mean use of the terms and images of geometry which the Abacus Scholols taught to their pupils<sup>2</sup>. Today geometry is defined as the science of figures in space, but at the end of the 13th century, in the Divisio Scientie of Remigio de' Girolami<sup>3</sup>, geometry was defined as the science of me-

staioro = 66 pertiche superficiali  
= 1650 brq

165 braccia = m 96,30

55	55	55
55 x 60		
3300x3 = 9900	= 6 staiora	

55 x 50 x 3 = 8250 = 5 staiora

55 x 50	50 x 50	50 x 50
2750	2500	2500

2750	2500	2500
2750	2500	2500
2750	2500	2500
2750	2500	2500

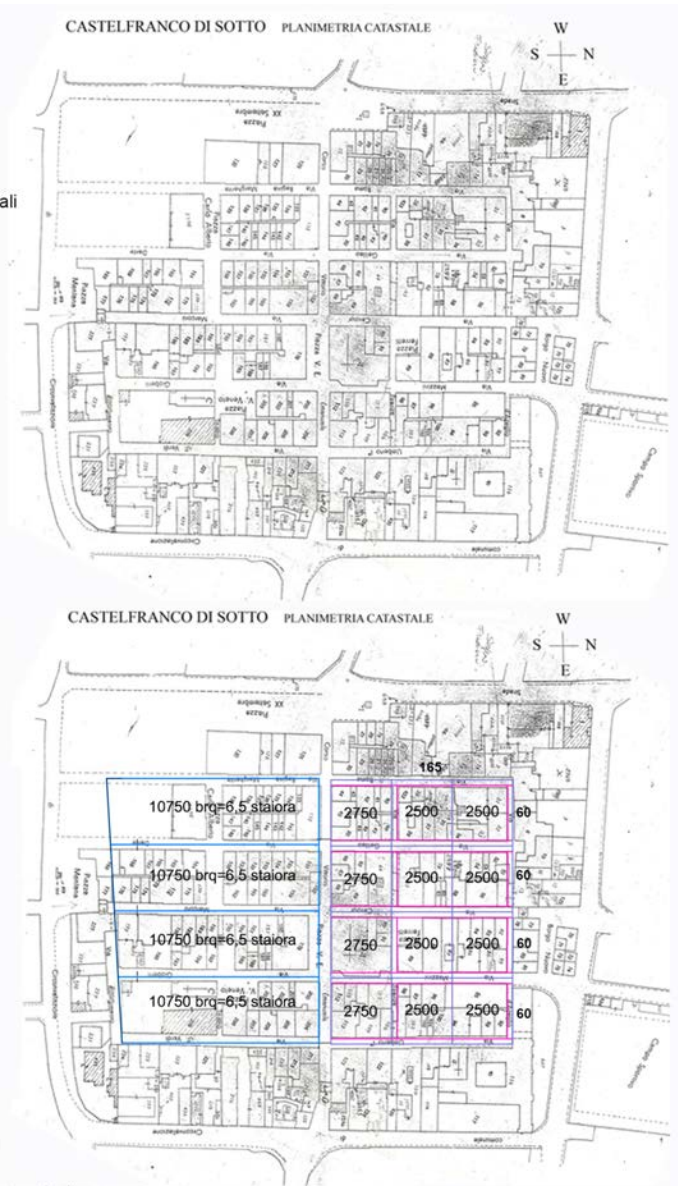


Fig.1 Land office's plan of Castel Franco di Sotto, highlighting the geometric structure based on the Pisan staioro as defined by Fibonacci.



fig.2 San Giovanni Valdarno, satellite view from Google Earth.

asuring magnitude, divided into planimetry, altimetry, and stereometry. The metrological uncertainty of those times (connected with the varying samples and the formation of their multiples linked to the various bases of the numerical systems and the absence of fractions) and the difficulty of writing the measurements of elements drawn to scale with any certainty made it expedient to ensure that the links between these elements (the proportions) were of a clear geometric-mathematical nature and their measurements easily deducible based on a few numbers and evidence of the geometric ratios<sup>4</sup>.

This design system, which dated back to the classical world (evidenced in the rules of the “architectural orders”) developed in the Gothic era with the rise in the art of the abacus which, applied to geometry, taught architects to construct increasingly complex figures, calculating their measurements even in view of the far-reaching consequences of the development of a construction drawing: measurements that were never

decisive in themselves but always related to the whole, under the constraint of a law that was often unnecessary but taken as a rule at the author’s choice. The law adopted was a vehicle for the memory, transmission and conservation of the design; it was therefore an essential aspect of the shape<sup>5</sup>.

Our culture does not place the same emphasis on measurements, which are no longer memorable instruments of the conservation and description of the idea to be achieved; they have been replaced by drawings on which they are written in an explicit manner. This has changed the relationship between design and measurements, doing away with the symbolic role they were attributed in the past and cancelling or simplifying the memory of how it showed itself. The universal metre and Mongian projections have led to the oblivion of the mental tools (immaterial) of the work of past architects and recovering them requires exploration of the measurements of the great masses in play in constructions (lengths, corners, surfaces, volumes)

and the search for the algorithms that, when linked together, generated them. The tools of algebraic logic represented the technical memory of those times; they are included in structures, through whose measurements we can attempt to dissect them.

This emphasis on the metric developed particularly in the Arno valley as it was linked to the level of widespread use of the abacus in those areas<sup>6</sup>. The extraordinary seed of that science had been placed by Leonardo Fibonacci in Pisa, at the mouth of the Arno. So we should expect that the figures used in the Gothic architecture of that region were also planned with the abacus.

In *Practica Geometrie*, having defined the geometric elements (point, line, plane), and having described some fundamental constructions, by page 3 of the treaty, Fibonacci was already describing the Pisan metric system for measuring areas, presenting the different surface units, of which the *staioro* was the main one used commercially. It equates to 66 surface *pertiche*, of 6 surface *pedi* each, each surface *pede* being made





fig.3 San Giovanni Valdarno, plan from the Municipal Technical Office.

<http://disegnarecon.univaq.it>

up of 6 surface denari, each surface denaro being equivalent to the surface of a square with sides one piede long (cm 48,63). Thus, reduced to the base unit of the surface denaro, the staioro was 2376 surface denari. Even these few words provide a glimpse of the complexity of calculations based on a similar system, which in any case represented the rationalization of the current economic practices.

In Florence no Abacus treatises dealt with area measurements<sup>7</sup>; charters, resolutions and other documents clearly describe the linear metric system: the braccio da panno (the same of Pisa) is the base unit; the submultiples are soldi (20 to the braccio) and once (12 to the braccio). There are 240 denari to one braccio. 4 braccia make up one commercial canna, 5 braccia make up one pertica. The Florentine pertica (also known as a field surveying canna) equals one Pisan pertica, therefore 5 braccia are equivalent to 6 Pisan pertiche. In Florence one staioro was worth 66 square pertiche or 1650 Florentine square braccia. This is not written anywhere, but it can be inferred from the measurements of the plans of monuments produced from 1250 onwards (Bartoli M.T. 2009, 2011).

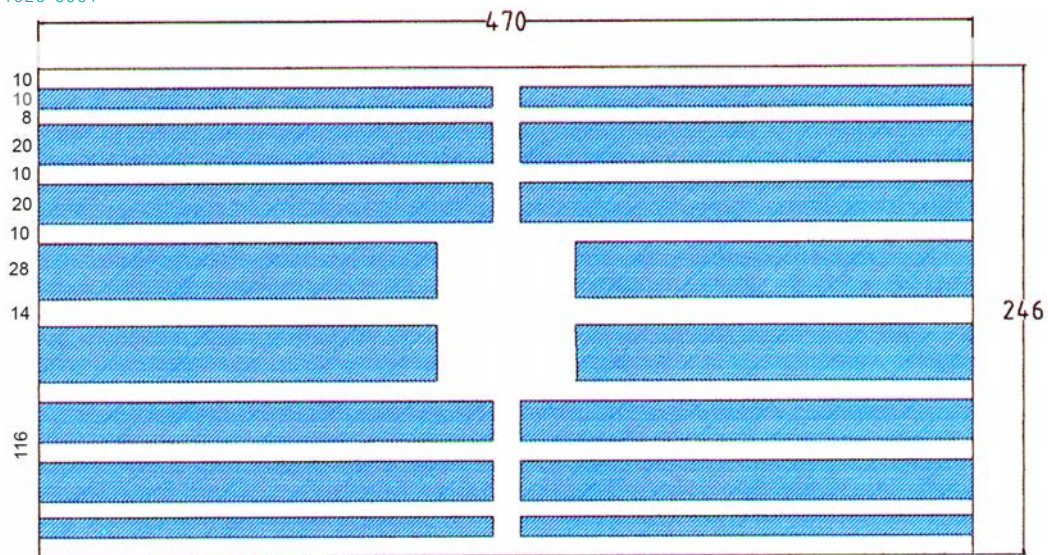
Today we draw plans with CAD using real measurements, not on scale; we can transform any drawing, even analogue (provided the scale ratio is known), into the desired ratio in real time. We can therefore read antique monuments with the same numerical measurements conceived by their creators. Today we can evaluate their metric intentions with much greater proximity to their thinking than has ever been possible in the past.

The city of Castelfranco di Sotto, halfway between Pisa and Lucca and contested by both, founded in around 1251, presents an urban scheme whose geometry (measured in Florentine or Pisan braccia) identifies the role of the staioro as the generator of an urban design (Fig. 1). The blocks to the north of the main road (Via Vittorio Emanuele) are 165 braccia long and 50 braccia deep<sup>8</sup>. The roads are 10 braccia wide. The rectangle that delimits the blocks, alongside the central main street, is therefore  $60 \times 165 = 9900$  sq br = 6 staiora. Inside the roads (therefore deducting 10 braccia) the surface is  $8250 = 5$  staiora. The figure shows the graphic-geometric mechanism that, in the case of Castelfranco di Sotto, generates the urban form in a clear-cut way. The urban development scheme reveals the tendency

of the staioro to generate rational urban plans whose measurements could be easily checked. The utility of this circumstance is clear from the perspective of the administrative and economic management of the city. This premise was the basis for the research on the original design of the city of San Giovanni Valdarno, the first of the terre nuove<sup>9</sup> [new towns] established by Florence in the countryside from the end of the 13th century, ushering in a policy of colonizing a vast rural territory, necessary to ensure its economic self-sufficiency and military security.

The terra nuova of San Giovanni Valdarno is still the vital historical centre of the city of the Upper Valdarno which preserves its name (Fig. 2). Its urban structure is considered an exemplary model of the town planning work of the Florentine Republic and appears to anticipate many aspects of the ideal Renaissance city. The scholar who brought it to the international attention of urban historiography was David Friedman, with his famous study on the Terre Nuove<sup>8</sup>. It describes the contribution the construction of San Giovanni made to the cultural history and explores the different disciplinary areas involved in the urban story: both human sciences and exact ones help to shed light on the different aspects linked to the city's origin and the first centuries of its history. One question, however, relating to the specifics of the architectural design, remains in the shadows. On this matter Friedman proposes the category of orthogonal design (Friedman D. 1996, 131-137); however, while it undoubtedly appears convincing, it is certainly not a thorough description of an architectural project, research on which has been the focus of this study, in which the main support was a plan from the Municipal Technical Office (to which due thanks is given here); the map is not yet final but was confirmed as adequate for the analyses conducted<sup>10</sup> (Fig. 3).

Among the archive documents offered by Friedman, the Descrizione del progetto di Giglio Fiorentino da parte degli Ufficiali delle Castella<sup>11</sup>, a city that was never built but approved in 1350 in Valdambra, can be considered exemplary in relation to Florentine urban plan projects. The description is striking; without a drawing, and following a precise geometric order, it provides a sequence of measurements in braccia, written in the document in Roman numerals, starting with the external rectangular defensive circuit and then passing on to the organization of the internal road network



tutte le misure sono multiple di 5 (canna agrimensoria) o 4 (canna mercantile) braccia

around the central square (Fig. 4). The hierarchy of all the urban lots is defined through the measurements (expressed only in whole numbers). The document, in its literary form, already proposes a precise design which can be executed with clarity, and this fact reflects a significant cultural paradigm concerning the ratio of the design, its conception and communicability. The rectangle of the city walls measures 470 by 246 braccia; the area is therefore 115620 square braccia. Divided by 1650 (the *staioro*) it is equivalent to 70.07 *staiora*. The rectangle of the built environment, within the road beneath the walls 10 braccia wide, measures 450 x 226; the proportion between the two lengths falls short of the exact ratio 2:1 – the double square – by just one *braccio*, while the product of 450 x 225 would have failed to reach 70 *staiora* (69.78). In the centre of the city, the square is 90 x 70 braccia wide. Friedman presents three historical documents on San Giovanni, of significant interest:

1) a stone plaque on the interior wall of the east loggia of Palazzo Comunale, on which some letters can still be read today: TERRA ...GIOVA ... LA VIA DENTRO ALLE MURA LARGA B XX MURA GROSSE B 1 ½, EL FOSSO E

LAVIA INTORNO AL FOSSO PER TUTTO B XXXVII ET...E... O... DOVEGLI E' FONDAMENTO O ... RMINE... (Fig. 5)<sup>12</sup>.

2) The survey report associated with a sketch of the northern part of the blocks, down to and including the square, produced by the masters Gentile and Batista in the 16th century, with overall and detailed measurements in *braccia da panno*, also considering the measurements in the inscription mentioned in point 1, which at that time was most likely complete. The measurements are very consistent with each other allowing the drawing to be constructed with continuity (as if by freehand) complete with the northern half, including the square<sup>13</sup>.

3) the survey report by master Piero della Zucca, accompanied by a plan drawn with schematic accuracy, using the measurements he took in 1552, after an exceptional flood which destroyed the far end of the two southern quarters. Piero prepared a schematic drawing with a ruler and square, perhaps copied from a previous model, which approaches the uniformity of the original design but no longer reflects the actual organization of the town (the Parish Church, for example, is missing). His written measurements seem unlikely

due to a lack of coherence (the measurements of the same elements change during the text) and describe the rectangle of the walls as too wide and too short (perhaps due to the parts destroyed by the flood), compared to the data identifiable in the current plan (Friedman, 317/318).

These documents were used to prepare two graphic diagrams (using the measurements in the two surveys, Figs. 6 and 7), which were compared with the plan from the Municipal Technical Office; these graphic drawings (supplemented by visual and metric checks made on-site) formed the basis for analytical reasoning, the purpose of which was to define a construction drawing hypothesis accompanied by scientific reasoning, in line with the culture of Gothic architecture. In both, the measurement of the road outside the walls (destroyed by the latest transformations) is known from the plaque (37.5 braccia). Once reduced to the same scale as the current plan, they were overlapped with it to check the correspondence. In the drawing from the survey by masters Gentile and Batista, the rectangle of the walls measures (from the sum of the partials) approx.

fig.4 Giglio Fiorentino, diagram drawn from the description by the Ufficiali delle Castella (Friedman, 308, 311).



fig.5 The stone plaque on the wall of Palazzo Comunale, with the inscription relating to the measurements of the terra nuova (new town).

321.5 braccia in width and approx. 802 in length; inside it, the rectangle of the northern quarters appears too long in relation to the existing built-up area. Note that the road along the walls which, according to the inscription on the plaque, should be 20 braccia is instead 16 braccia wide on the short sides of the rectangle, and 19 braccia on the long sides. The width of the square is just under 82 braccia (the situation described is not comparable with the present-day arrangement with its porticoes built in different historical periods appearing along the square). In the drawing from master Piero's survey, the rectangle of the walls is shorter (790 braccia) and wider (from 325 to 328) than the one that can be deduced from the still existing traces.

The graphic diagrams produced from the two surveys, laid over the land registry plan, show that the measurements by master Gentile are slightly generous, while those by master Piero come up short in terms of length and are excessive in terms of width. The different measurements of the road beneath the walls of both, particularly marked to the north and south, reveals that by that century the road spaces had already begun to be occupied by the expansion of the inhabited areas.

This fact is now very evident in the portici along the maestra road (with which the extrusions on the first floors of the residences were consolidated, originally supported by wooden shelves that were then replaced by columns, at the expense of the road section), in the broken progression of the buildings along the main streets, in the funnel shape of the crossroads, in which at almost no point do the measurements match those of the master surveyors (9.5 or 10 braccia). The ends of the blocks get closer to the walls as they approach the central main street, responding with logical simplicity to the rule of value in urban areas.

Giving the roads the measurements indicated in the plaque and those that we can logically hypothesize from the two reports, the most likely original design of the plan is shown in Fig. 8, which therefore proposes an intermediate hypothesis between the two sixteenth-century schemes which, respecting the indications in the plaque inscription, defines the measurements of the quarters and their blocks. The blocks were reduced to a rectangle form, maintaining the length of those close to the short sides of the wall measuring 170 braccia and that of the inner blocks measuring 160: in

this sense the innermost limits of the blocks beneath the north walls are respected, and the crossroads can have the length of 10 braccia measured by the surveyors. Moving down the long side of the wall rectangle (800 braccia), the lengths are measured in braccia as follows: road beneath the walls 20, first block 170, crossroad 10, second block 160, square 80, and then again 160, 10, 170, 20. Moving across the short side (321 braccia), starting with the walls: road beneath the walls 20, first block 45, main road 15.5 (15 or 16? a broken number in the design seems strange), second block 70, central main street 20, and again, for symmetry, 70, 15.5, 45, 20.

Describing the probable measurements in this way gives emphasis to a probable significant logic. The overall length of the blocks is striking:  $(160 + 170) = 330$ . If we write  $(330 = 165 \times 2)$  the utility of the two measurements in an urban design is clear because they tell us that every 10 braccia of width of the two blocks in one quarter covers a surface area of two 2 staiora ( $1650 \times 2 = 3300$  sq br), with lengths (170 and 160) that are both multiples of 10 braccia, a standard width measurement of the housing lots of the terre nuove.



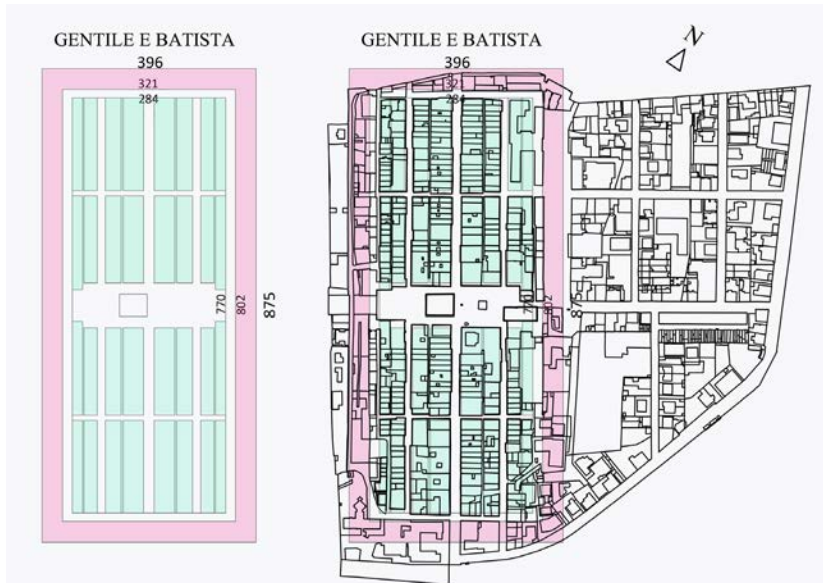


fig. 6 Scheme derived from the measurements of masters Gentile and Batista.

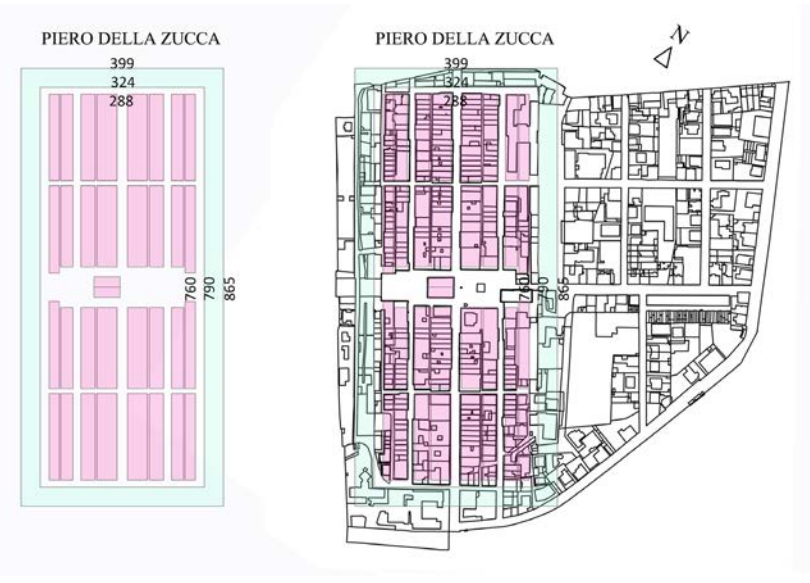


fig.7 Scheme derived from the measurements of master Zucca.

Therefore the surface area of each of the four quarters of two blocks is  $(45 + 70) \times 2/10 \text{ staiora} = 115 \times 2/10 = 23 \text{ staiora}$ , plus the appendage towards the square of the block next to the walls. If this (today it is impossible to recognize its original form) had been  $1/4$  of a staioro (412 sq br), bringing the surface area dedicated to each of the four quarters to 23.25, their total surface area would have been 93 staiora.

The rectangle of the walls, measured in staiora, is  $(800 \times 321):1650 = 256800:1650 = 155.63$ ;  $800 \times 320 = 1650 \times 155$ .

The two numbers 155 and 93 are interesting as their ratio is 5:3. Therefore  $2/5$  of the total surface area would have been occupied by public ground (for the roads, the Palazzo, and the church) and  $3/5$  by land for private use. This type of proportion is not new: it is the very one that in the design of Palazzo Vecchio attributed  $2/5$  of the generator triangle to the plan of the Palazzo (Bartoli M.T. 2015). While tradition attributes the two designs to the same architect (Arnolfo), the argument

described is a point in favour. The numbers 2, 3, 5 belong to the Fibonacci series (a series present in nature) and it is reasonable that they were chosen to ensure the organic requirement of the new foundation.

Even the proportion between the lengths of the sides of the rectangle  $320: 800$  equals  $2:5$ . This ratio was therefore sought both among the linear dimensions as well as the area ones, and to have obtained it in both demonstrates skill and firm intention in terms of the calculations. The simplicity and repetition of the same ratio, associated with the number 800, made it easy to memorize and communicate the system of geometric relationships devised.

In comparison with the other Florentine terre nuove, the ratio between the width and length of the plan of San Giovanni ( $5:2$ ) is particularly high. The blocks are long and the distance of the housing close to the north and south gates from the square is quite considerable. Positioned to the west of the Arno riverbed, its orientation accompanies the direction of the river's course,

but without being parallel to it (Fig.9). How is the terra nuova positioned with respect to astronomical orientation? The question is not immaterial and refers to Vitruvian prescriptions for urban plans. Vitruvius required the network of streets to be arranged orienting the main and secondary roads so that the buildings that delimit them intercept the impetuous blowing of the strongest winds; it is therefore necessary to seek the orientation at ground level, marking an oriented regular hexadecagon on which to place the Rose of the Winds. In the strictly orientated plan of San Giovanni, the Rose of the Winds can be drawn within the hexadecagon referred to the plan of the city. The strongest wind in the Valdarno plain is known to be the one that blows from the northeast. Regarding the prescriptions of Vitruvius<sup>14</sup>, the orientation is undoubtedly the one that best responds to the need for protection from that wind in both the main streets and the crossroads, and this opportunity was also afforded to both the Church and the Palazzo Comunale, whose construction hel-



fig. 8 Proposed scheme of the original layout.

ped to protect the urban space in the least favourable situation (the squares). Referred to the hexadecimal, the plan is almost a clear demonstration of the logic of its positioning (Fig. 10). CAD tells us that the length of the side of a hexadecagon circumscribed to a circle with a radius of 100 can be approximated as 40. A hexadecagon with an apothem of 800, with excellent approximation, has sides 320 long (Fibonacci's table of chords published by Friedman in table 8 in his volume would have permitted the calculation); the rectangle with proportions of 2:5 could have come from the diagram of the Rose of the Winds, with an error of 0.5% in the width of the rectangle of the walls with respect to the length.

We have described the possible reasons for the proportions of the perimeter of the walls. Now let us attempt to understand how the measurements of the two bands along the walls were defined: the road inside the walls (20 braccia) and the ditch and road outside the walls (37.5).

Let us suppose that Fibonacci is the common thread (as indeed he was for the architect of Palazzo Vecchio) and that the designer decided to size the two bands



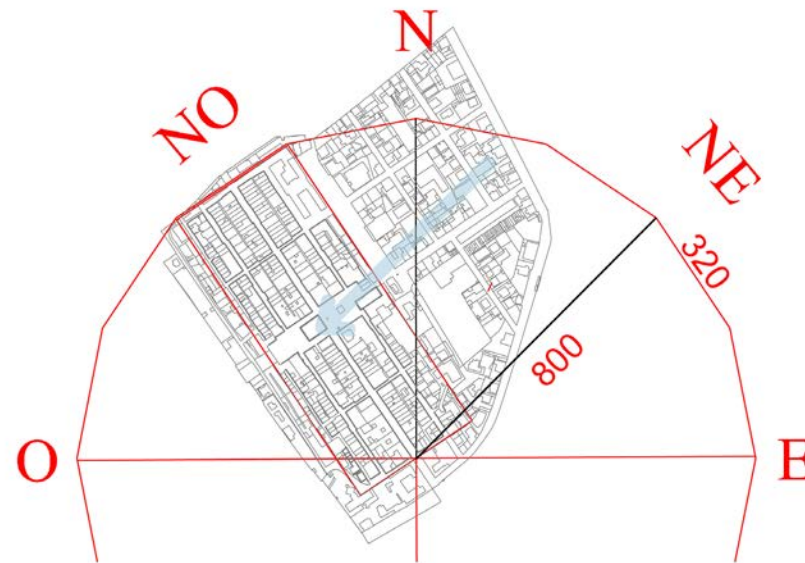


fig.

to obtain two rectangles whose surface area would repeat the numbers from the series: as the rectangle is 155 staiora, the numbers to be taken into consideration were 130 and 210. It was therefore a question of determining two bands of ground, towards the inside and towards the outside, which, following the line of the walls with constant thickness, would delimit rectangles of those areas.

It is not difficult to set up the calculation:

$(800 - 2X) \times (321 - 2X) = 130 \times 1650$ ; the equation is solved when  $X = 20$

$(800 + 2X) \times (321 + 2X) = 210 \times 1650$ ; the equation is solved when  $X = 37$ .

This result can explain the emphasis we still perceive in the words of the stone plaque and the desire to highlight the result of the effort that went into a well-thought out project.

We know little about the internal arrangement of the built lots. The interiors of the blocks were divided up by

narrow alleys (in the reports of the surveyors they are a maximum of 4 and minimum of 2.5 braccia wide, but today they are reduced to winding paths with variable sections); the lots were probably not originally planned to be entirely built-up, but perhaps divided between housing and uses planned along the road (shops or hotels in the most select areas), and a vegetable garden, stable or laboratory in the back, overlooking the alley. The surveyor Della Zucca in the mid-16th century, showed us an already entirely built-up section, raising the question of how the areas inside the residences were ventilated. Courtyards? Excessive accretions are still a problem in the historical centre and the element that risks compromising the dignity of its survival.

The roads are no longer as wide as they were planned; while the central main street has in any case over time acquired a special urban quality, the main parallel roads are discontinuous and have mortifying narrow sections; the crossroads are reduced to a sort of bottle neck as they head towards the central main

street, but they have not entirely lost their character. The central area, which is vast, surrounded by porticoes built in a late period and divided into different squares by the Parish Church and the glorious Palazzo Comunale, proposes an urban space model which would come to inspire many designers of ideal cities (Fig. 11). The design outlined has sought to highlight, on the basis of Gothic paradigms, the metric and geometric reasoning that gave rise to the plan of the terra nuova making use, in the search for sources of particular urban design choices, of the scientific thinking of abacus users, associated with the authority of the ancient world, represented by Vitruvius, the father of treatises on architecture. More than an innate creativity, it was the virtuous search for coherent and transmissible science-led thinking that produced the vital trace of a successful inhabited centre, which still conveys the feeling of intelligent distribution to its visitors. If this hypothesis is inadmissible, we must therefore consider all the metric and numerical relationships highlighted as a mere coincidence.



La piazza dietro il Palazzo del Podestà

La piazza davanti alla Pieve

logge del Palazzo del Podestà sulla piazza e ingresso alla via *maestra*

Tratto settentrionale della via *maestra*



tratto di via *principale*



una via *trasversale*



ingresso a un vicolo



fig. 11 Images of the city: 1 Logge of the Podestà's Palace and entrance to the main street- 2 The square behind the Podestà's Palace - 3 The square in front of the Parish Church - 4 Northern stretch of the main street - 5 Stretch of a secondary street - 6 Cross street - 7 Entry to an alley

## NOTES

[1] Umberto Eco, Foucault's Pendulum.

[2] On the teaching of the abacus in Tuscany see Ulivi E.2002

[3] Remigio de'Girolami (ca. 1240-1319), a Dominican friar and pupil of St. Thomas Aquinas in Paris, was a lector of great cultural and political authority in Florence, in the Schools of Santa Maria Novella. In addition to sermons, he wrote numerous treatises on political topics, addressing his fellow citizens about the turmoil of life in the Municipality. He also wrote *Divisio Scienzae*, in which he described the hierarchy of medieval sciences, including geometry. His writings are published in electronic format on the website of his scholar Emilio Panella: <http://www.e-theca.net/emiliopanella/remigio/>

[4] In the fourteenth century the use of Arabic numbers (introduced by Fibonacci) in contracts was prohibited as it gave rise to ambiguity and confusion; Roman numerals, the only numbering system permitted in official documents, is certainly not suitable for architecture design due to the lengths these numbers can reach. The Archivio Capitolare in Arezzo conserves a parchment from the 13th century with a plan of the Convent of St. Francis. The drawing is supplied with measurements in Roman script, specifying the meaning of the number written in the rooms: e.g. "long.tudo br XXXX", or "latitudo br VIII", a single dimension per room. A careful reading of the diagram however shows the implicit proportions of the different parts of the design (see S. Giannetti, *Analisi sistemica di un processo creativo medievale* [Systemic analysis of a medieval creative process], PhD thesis Florence 2013, 23-27). Fibonacci was the mathematician who rekindled scientific research in both algebraic calculus and geometry in the West. In his first treatise (*Liber Abaci*, ca 1200) he defines the measurement

unit for lengths in Pisa (braccio da panno); in the second (*Practica Geometrie*, ca 1220) he defines the metric system for areas starting with the staioro.

[5] On this point see in Bartoli M.T. 2007 and 2015 the description of the use of geometry in the design of Palazzo Vecchio; in Bartoli 2009 that of the design of the Convent of Santa Maria Novella; in Bartoli 2011 that of the design of Ognissanti in Florence.

[6] The data of the spread of the abacus in Florence in the Middle Ages are offered by Giovanni Villani, *Nuova Cronica*: in the thirties of the 14th century: six abacus and algorithm schools were attended by about 1000/1200 students every year (Book XIII, 1355)

[7] It wasn't until Luca Pacioli's *Summa* arrived in 1494 that a description could be found of the staioro da terra, a measurement unit used for the sale of fields, very different to the staioro of the braccio da panno.

[8] The precision of these measurements means they are still legible today, despite the passing of the centuries.

[9] D.Friedman 1996, *Terre nuove La creazione delle città fiorentine nel tardo medioevo*, Torino Einaudi 1996

[10] Students of the 2015/16 Survey of Architecture Course A, Co-stanza Bigi, Stefano Cartesio, Jorio Corelli, Judriva Davidhi, Danny De Carolis and Gianluca Dell'Abate, worked together to check the map from the Municipal Technical Office. A laser measurer and tape were used to measure the edges of the perimeter of the blocks in the northwest quarter, which were adequately represented in the map reduction ratio. Similarly, the square next to and behind Palazzo Comunale was checked. The lines of the drawing are correct; the definition of the covered and uncovered are-

as is lacking; these however, being fairly recognizable on the basis of the land registry map reproduced in D. Friedman's book, do not change the results of the study.

[11] Friedman, 308/311; the document is in ASF,UFF.Cast., Rocche, I, ff.15v-18r, 19 May (1350).

[12] Friedman, 85, note 10

[13] Friedman, 316/317

[14] Vitruvio, 1997, Libro I, 55,57.

## REFERENCES

-Bartoli M.T., *Musso e non quadro, la strana forma di Palazzo Vecchio dal suo rilievo*, Firenze, Edifir 2007

-Bartoli M.T., *Il convento di S. Maria Novella a Firenze*, Firenze, Edifir 2009

-Bartoli M.T., *Dal Gotico oltre la maniera, gli architetti di Ognissanti a Firenze*, Firenze Edifir 2011.

-Bartoli M.T. The unusual shape of Palazzo Vecchio in Florence, in *Proceedings of the 19th International Conference on Cultural Heritage and New Technologies 2014 (CHNT 19, 2014) Vienna 2015*; [http://www.chnt.at/proceedings-chnt-19/ISBN 978-3-200-04167-7](http://www.chnt.at/proceedings-chnt-19/ISBN%20978-3-200-04167-7)

-Ciampoltrini Giuliano, Abela Elisabetta, *Castelfranco di sotto: archeologia delle origini*, Museo Archeologico, 2005.

-Ciocchi Argante, Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo, Arezzo, Aboca Museum Ed. 2009

Deti Edoardo, Di Pietro Gian Franco, Fanelli Giovanni, *Città murate e sviluppo contemporaneo: 42 centri della Toscana C.I.S.C.U., Lucca, 1968.*

-Friedman David, *Terre Nuove, la creazione delle città fiorentine nel tardo medioevo*, Torino Einaudi, 1996.

-Giusti Enrico, *Un ponte sul mediterraneo*, Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente, Firenze, Polistampa, 2002.

-Leonardo Pisano, *Practica Geometrie*, in *Boncompagni Baldassarre (a cura), Scritti di Leonardo Pisano, Vol. II, Roma 1886*

-Manetti Antonio, *Vita di Filippo Brunelleschi*, a cura di Domenico

De Robertis, Milano il Polifilo 1980.

Ulivi E., *Scuole e maestri d'abaco in Italia tra Medioevo e Rinascimento*, in Giusti E., 2002, 121-131.

Vitruvio, *De Architettura*, a cura di Pierre Gross, Einaudi Editore, Torino, 1997, vol.I.



## ***Il disegno gotico di San Giovanni Valdarno***

*...il segreto delle Piramidi si rivela se non le calcoli in metri, ma in antichi cubiti.<sup>1</sup>*

L'archeologia si occupa delle tracce materiali del passato, studiando quelle di culture le cui fonti scritte non sono sufficienti a illuminarle. L'epoca gotica, ricca di documenti sia materiali che scritti, non è considerata in genere campo dell'archeologia; eppure la storiografia ha talvolta esercitato su di essa una sorta di disinformazione, proiettando sui suoi manufatti e sugli scritti i paradigmi della contemporaneità, molto lontani dalla sua cultura. L'urbanistica gotica è alla base di molte città moderne europee, quasi sempre di quelle che tutt'ora hanno maggior successo. Le concezioni culturali che dettero i riferimenti dei loro progetti non furono sempre esplicitate dalle fonti a noi giunte e talvolta letture carenti della necessaria conoscenza storica hanno avanzato ipotesi devianti. Obiettivo di qualsiasi analisi critica rivolta alla città storica dovrebbe essere non la mera descrizione della sua immagine,

ma la messa in luce della complessità di conoscenza umana dispiegata nella sua realizzazione, includendo in questa il processo ideativo del suo primo disegno. Riportare alla luce le ragioni tecniche e simboliche del disegno originario della terra nuova di San Giovanni Valdarno e i paradigmi dai quali esse discesero è insieme un'operazione di archeologia e una premessa indispensabile alla ricostruzione dei modi con cui nel tempo quel disegno è stato trasformato, generando la città attuale. Di questa, il nucleo storico è rimasto il cuore, che va guidato nelle sue ulteriori trasformazioni. Il disegno di progetto degli architetti gotici, molto lontano dalle codifiche messe in atto dopo la rivoluzione scientifica, ebbe caratteristiche particolari, che sono in parte adombrate nell'espressione usata dal biografo di Filippo Brunelleschi nel descrivere il progetto che egli illustrò ai frati di Santo Spirito: con un disegno...e a bocca (Manetti A. 122). Date alcune indicazioni grafiche, atte a indirizzare l'immagine mentale, la figura esatta poteva essere descritta con parole, e questo

non può significare altro che l'uso di termini e immagini della geometria che le scuole d'abaco insegnavano ai loro allievi<sup>2</sup>. Oggi la geometria è definita come la scienza delle figure nello spazio, ma agli inizi del XIII secolo, nella Divisio Scientie di Remigio de' Girolami<sup>3</sup>, la geometria venne definita come la scienza della misura delle grandezze, divisa in planimetria, altimetria, stereometria. La precarietà metrologica di quei tempi (connessa al variare dei campioni e alla formazione dei loro multipli legata alle varie basi dei sistemi numerici e all'assenza delle frazioni), la difficoltà di scrivere in maniera certa le misure degli elementi disegnati in scala rendevano opportuno fare in modo che i legami tra tali elementi (le proporzioni) fossero di chiara natura geometrico-matematica e le loro misure facilmente deducibili sulla base di pochi numeri e della evidenza dei rapporti geometrici<sup>4</sup>.

Questo sistema di progetto, che risaliva al mondo classico (la regola degli "ordini architettonici" ne è una testimonianza), crebbe nel corso dell'età gotica con il crescere

dell'arte dell'abaco, che, applicata alla geometria, insegnò a costruire figure sempre più complesse, calcolandone le misure anche nelle più lontane conseguenze dello sviluppo di un disegno di progetto: misure mai decise in sé, ma sempre relazionate al tutto, sotto il vincolo di una legge spesso non necessaria, ma assunta come regola per scelta dell'autore. La legge adottata era il veicolo della memoria, della trasmissione e della conservazione del progetto; era quindi un aspetto essenziale del disegno della forma<sup>5</sup>.

La nostra cultura non pone la stessa enfasi nelle misure, che non sono più i memorabili strumenti della conservazione e della descrizione dell'idea da realizzare, sostituite dai disegni, sui quali esse vengono scritte in maniera esplicita. Questo fatto ha mutato il rapporto tra progetto e misure, togliendo ad esse il ruolo simbolico che il passato aveva loro attribuito e cancellando o semplificando il ricordo dei modi nei quali esso si manifestava. Il metro universale e le proiezioni mongiane hanno portato all'oblio degli strumenti mentali (immateriali) del lavoro dell'architetto del passato, il cui recupero impone l'esplorazione delle misure delle grandezze messe in gioco nelle realizzazioni (lunghezze, angoli, superfici, volumi) e la ricerca degli algoritmi che, legandole tra loro, le hanno generate. Gli strumenti della logica algebrica erano la memoria tecnica di quei tempi; essi sono inclusi nei manufatti, attraverso le cui misure possiamo cercare di dissepellirli.

Questa enfasi metrica si sviluppò con particolare evidenza nella valle dell'Arno, perché essa era legata al livello di diffusione dell'uso dell'abaco in quei luoghi<sup>6</sup>. A Pisa, alla foce dell'Arno, era stato posto il seme straordinario di quella conoscenza da Leonardo Fibonacci: dobbiamo aspettarci che le figure in uso nell'architettura gotica di quella regione siano state disegnate anche con l'abaco.

Nella *Practica Geometrie*, definiti gli enti geometrici (punto, linea, piano), descritte alcune costruzioni fondamentali, già alla pagina 3 del trattato Fibonacci (Boncompagni B.) descrive il sistema metrico pisano per la misura delle aree, presentando le diverse unità di superficie, di cui lo staioro è la principale di uso commerciale. Esso è equivalente a 66 pertiche superficiali, di 6 piedi superficiali ciascuna, ogni piede superficiale fatto di 6 denari superficiali, ogni denaro superficiale equivalente alla superficie di un quadrato di lato un piede (cm 48,63). Dunque, ridotto all'unità base del

denaro superficiale, lo staioro era 2376 denari superficiali. Anche queste poche parole fanno intravedere la complessità dei calcoli da condurre sulla base di un simile sistema, che rappresentava comunque la razionalizzazione delle pratiche economiche correnti.

A Firenze nessun trattato di abaco tratta le misure delle aree<sup>7</sup>; statuti, delibere e altri documenti descrivono il sistema metrico lineare in modo chiaro: il braccio da panno (mutuato da Pisa) è il modulo base; i sottomultipli sono i soldi (20 nel braccio) o le once (12 nel braccio). I denari sono 240 nel braccio. 4 braccia sono una canna mercantile, 5 braccia sono una pertica. La pertica fiorentina (detta anche canna agrimensoria) è uguale alla pertica pisana, quindi 5 braccia sono equivalenti a 6 pertiche pisane. Lo staioro a Firenze vale 66 pertiche quadre o 1650 braccia quadre fiorentine. Quest'ultimo dato non è registrato da nessuna parte, ma si evince dalle misure delle piante dei monumenti realizzati dal 1250 in poi (Bartoli M.T. 2005, 2009, 2011, 2015).

Oggi disegniamo con il CAD come se fossimo al vero; e possiamo trasformare qualsiasi disegno, anche analogico (purché ne sia noto il rapporto di scala), nel rapporto voluto in tempo reale. Possiamo quindi leggere i monumenti antichi con gli stessi numeri delle misure pensati dai loro autori; possiamo valutarne le intenzioni metriche con molta maggiore vicinanza al loro pensiero di quanto sia mai stato possibile in passato.

La città di Castelfranco di Sotto, a metà strada tra Pisa e Lucca e contesa da entrambe, fondata intorno al 1251, offre uno schema urbano la cui geometria (misurata in braccia fiorentine o pisane) identifica il ruolo dello staioro come generatore di un disegno urbano.<sup>fig.1</sup>

Gli isolati a Nord della strada principale (via Vittorio Emanuele), lunghi 165 braccia, sono profondi 50 braccia<sup>8</sup>. Le strade sono larghe 10 braccia. Il rettangolo che delimita gli isolati, a fianco della strada maestra, è quindi  $60 \times 165 = 9900$  brq = 6 staiora. All'interno delle strade (dedotte quindi 10 braccia), la superficie è 8250 brq = 5 staiora. La figura mostra il meccanismo grafico-geometrico che, nel caso di Castelfranco di Sotto, genera la forma urbana in maniera asciutta. Lo schema di lottizzazione urbana rivela l'attitudine dello staioro a generare razionali impianti urbani di facile controllo metrico. È chiara l'utilità di questa circostanza sotto il profilo della gestione amministrativa ed economica della città.

Con queste premesse è stata affrontata la ricerca del

disegno originario della città di San Giovanni Valdarno, la prima delle terre nuove fondate da Firenze nel contado a partire dalla fine del XIII secolo, inaugurando una politica di colonizzazione di un vasto territorio rurale, necessario per garantirle autosufficienza economica e sicurezza militare.

La terra nuova di San Giovanni Valdarno è tutt'ora il vitale cuore storico della città del Valdarno superiore che ne conserva il nome. (Fig.2)

La sua particolare struttura urbana è considerata un modello esemplare dell'attività urbanistica della Repubblica Fiorentina e appare come l'anticipazione di molti aspetti della città ideale rinascimentale. Lo studioso che l'ha portata all'attenzione internazionale della storiografia urbanistica è stato David Friedman, con il suo celebre studio sulle Terre Nuove<sup>9</sup>. In esso, il contributo portato dalla edificazione di San Giovanni alla storia della cultura è descritto esplorando i diversi ambiti disciplinari coinvolti nella vicenda urbana: sia le scienze umane che quelle esatte sono presenti a illuminare i diversi aspetti connessi con la nascita e i primi secoli di storia della città. Resta però in ombra una questione, relativa allo specifico del progetto architettonico. Friedman propone per esso la categoria della progettazione ortogonale (Friedman D., 1996, 131-137), ma, se questa appare senza dubbio convincente, non è certamente esaustiva della descrizione di un progetto d'architettura. La sua ricerca è il tema affrontato in questo studio, il cui principale supporto è stata una planimetria dell'Ufficio Tecnico Comunale (che qui si ringrazia), carta ancora non definitiva, ma verificata come adeguata alle analisi condotte.<sup>10</sup> (Fig.3)

Tra i documenti d'archivio offerti dal Friedman, la Descrizione del progetto di Giglio Fiorentino da parte degli Ufficiali delle Castella<sup>11</sup>, città mai realizzata, ma deliberata nel 1350 nella Valdambra, può essere considerata esemplare in relazione ai progetti fiorentini di piante urbane. Colpisce il modo della descrizione che, senza disegno, seguendo un preciso ordine geometrico, dà in sequenza le misure in braccia, scritte nel documento con numeri romani, partendo dal circuito difensivo rettangolare esterno, andando alla organizzazione viaria interna, intorno alla piazza centrale. (Fig.4) È definita, attraverso le misure (espresse solo con numeri interi), la gerarchia di tutti i lotti urbani. Il documento, nella sua forma letteraria, offre già un preciso disegno, eseguibile con chiarezza, e questo fatto ri

specchia un significativo paradigma culturale intorno alla ratio del progetto, alla sua concezione e alla sua trasmissibilità. Il rettangolo delle mura della città misura 470 braccia per 246; l'area è quindi di 115620 braccia quadre. Divise per 1650 (lo staiora) equivalgono a 70,07 staiora. Il rettangolo del costruito, entro la via sotto le mura, larga 10 braccia, misura 450 x 226; la proporzione tra le due lunghezze manca per un solo braccio il rapporto esatto 2:1 (doppio quadrato); il prodotto di 470 x 246 avrebbe mancato di raggiungere le 70 staiora (69.78). Al centro della città, la piazza è ampia 90 x 70 braccia.

Su San Giovanni, Friedman presenta tre documenti storici di rilevante interesse:

1) Una lapide murata sulla parete interna del loggiato est del Palazzo Comunale, sulla quale si leggono ancora oggi alcune lettere: TERRA ...GIOVA ... LA VIA DENTRO ALLE MURA LARGA B XX MURA GROSSE B 1 ½, EL FOSSE E LA VIA INTORNO AL FOSSO PER TUTTO B XXXVII ET...E... O... DOVEGLI E' FONDAMENTO O ... RMINE...<sup>12</sup> (Fig.5)

2) La relazione di rilievo associata allo schizzo della porzione settentrionale degli isolati, fino alla piazza compresa, svolta dai Maestri Gentile e Batista nel secolo XVI, con misure d'insieme e di dettaglio in braccia da panno, tenendo anche conto delle misure della iscrizione del punto 1, che verosimilmente era a quel tempo integra. Le quote sono tra loro molto coerenti e permettono di costruire con continuità il disegno (tipo a mano libera) completo della metà settentrionale, compresa la piazza<sup>13</sup>.

3) La relazione di rilievo del Maestro Piero della Zucca, corredata da una pianta disegnata con schematica accuratezza, con le misure da lui rilevate nel 1552, dopo una eccezionale alluvione che aveva cancellato la parte estrema dei due quartieri meridionali. Piero elabora uno schematico disegno a riga e squadra, forse copiato da un modello precedente, vicino alla regolarità del progetto originario, ma non più conforme alla realtà dell'abitato (manca ad esempio la Pieve). Le sue misure scritte appaiono poi poco probabili, per difetto di coerenza (gli stessi elementi cambiano di misura nel corso dello scritto) e descrivono un rettangolo delle mura troppo largo e troppo corto (forse a causa delle parti cancellate dall'alluvione), nel confronto con i dati riconoscibili nella planimetria attuale (Friedman, 317/318). (Fig.6 e n7)

Sulla base di questi documenti sono stati elaborati due

grafici (conformi alle misure dei due rilievi, Figg. 6 e 7), che sono stati messi a confronto con la planimetria dell'U. T. C.; su questi grafici (integrati da verifiche visive e metriche sul posto) si è svolto il ragionamento di analisi, il cui fine è stato la definizione di una ipotesi di disegno di progetto dotato di ragioni di scienza, in linea con la cultura dell'architetto gotico. In entrambi, la larghezza della fascia esterna alle mura, cancellata dalle ultime trasformazioni, è dedotta dalla lapide (br 37,5). Ridotti nella stessa scala della pianta attuale, sono stati sovrapposti ad essa per controllare la congruenza. Nel disegno dal rilievo dei Maestri Gentile e Batista, il rettangolo delle mura misura (dalla somma di parziali) c.a 321,5 braccia di larghezza e c.a 802 di lunghezza; al suo interno, il rettangolo dei quartieri a Nord appare troppo lungo in rapporto all'edificio esistente. Si rileva che la strada lungo le mura, che, secondo l'epigrafe murata, dovrebbe essere di 20 braccia, è invece larga 16 braccia nei lati brevi del rettangolo, 19 braccia nei lati lunghi. La larghezza della piazza è poco meno di 82 braccia (la situazione descritta non è confrontabile con l'attuale, in cui appaiono i portici lungo la piazza, realizzati in momenti storici diversi. Nel disegno dal rilievo di Maestro Piero, il rettangolo delle mura è più corto (790 braccia) e più largo (da 325 a 328) di quello che si può dedurre dalle tracce ancora esistenti.

Gli schemi grafici dei due rilievi, posti sopra la planimetria catastale, mostrano che le misure di Maestro Gentile sono lievemente abbondanti, mentre quelle di Maestro Piero sono scarse nel senso della lunghezza e eccessive nella larghezza. La diversa misura della strada sotto le mura di entrambi, particolarmente marcata a Nord e a Sud, rivela che già in quel secolo gli spazi delle strade avevano cominciato ad essere occupati dal dilatarsi degli spazi abitati. Questo fatto è oggi molto evidente nei portici lungo la strada maestra (con i quali furono consolidati gli sporti del piano primo delle abitazioni, retti in origine da mensole di legno, sostituite poi da colonne, a spese della sezione stradale), nell'andamento spezzato dei fabbricati lungo le vie principali, nella forma a imbuto delle vie trasversali, in quasi nessun punto delle quali la misura è quella dei maestri rilevatori (9,5 o 10 braccia). Le testate degli isolati sotto le mura hanno profili a scaletta, che più si avvicinano alle mura stesse in prossimità della strada maestra, rispondendo con logica semplicità alla regola del valore nelle aree urbane.

Restituendo alle strade le misure indicate dalla lapide e quelle che possiamo ipotizzare con logica dalle due relazioni, il disegno dello schema planimetrico più probabile viene presentato nella Fig. 8, nel quale è quindi proposta un'ipotesi intermedia tra i due schemi cinquecenteschi, che, rispettando le indicazioni dell'epigrafe murata, definisce le misure dei quartieri e dei loro isolati. (Fig.8)

Gli isolati sono stati ridotti alla forma rettangolare, tenendo la lunghezza di quelli prossimi ai tratti corti delle mura pari a 170 braccia e quella degli isolati interni pari a 160: in tal modo si rispettano i limiti più interni dei blocchi sotto le mura Nord, e le strade trasversali possono avere la larghezza di 10 braccia misurata dai rilevatori. Nel senso del lato lungo del rettangolo delle mura (800 braccia), le lunghezze sono così misurate in braccia: strada sotto le mura 20, primo isolato 170, strada trasversale 10, secondo isolato 160, piazza 80, di nuovo 160, 10, 170, 20. Nel senso del lato corto (321 braccia), partendo dalle mura, strada sotto le mura 20, primo isolato 45, strada 'principale' 15,5 (15 o 16? un numero rotto nel progetto sembra strano), secondo isolato 70, strada 'maestra' 20, di nuovo, per simmetria, 70, 15,5, 45, 20.

Così descritte le probabili misure, acquista speciale evidenza una probabile logica significativa. Colpisce la lunghezza complessiva degli isolati: (160 + 170) = 330. Se scriviamo (330 = 165 x 2) si fa evidente l'utilità delle due misure in un disegno urbano, perché esse dicono che ogni 10 braccia di profondità dei due isolati di un quartiere è coperta la superficie di 2 staiora (1650 x 2 = 3300 brq), con lunghezze (170 e 160) che sono entrambe multiple di 10 braccia, misura standard di larghezza dei lotti abitativi delle terre nuove. Quindi la superficie di ognuno dei quattro quartieri di due isolati è di (45 + 70) x 2/10 staiora = 115 x 2/10 = 23 staiora, più l'appendice verso la piazza dell'isolato prossimo alle mura. Se questa (oggi è impossibile riconoscere la sua forma originaria) fosse stata di ¼ di staiora (412 brq = 140 mq), portando a 23,25 la superficie dedicata a ciascuno dei quattro quartieri, la loro superficie complessiva sarebbe stata di 93 staiora.

Il rettangolo delle mura, misurato in staiora, è (800 x 321):1650 = 256800:1650 = 155,63; 800 x 320 = 155 x 1650. I due numeri 155 e 93 sono interessanti, perché il loro rapporto è 5:3. Quindi 2/5 della superficie totale sarebbero stati occupati da suolo pubblico (per le



strade, il Palazzo, la chiesa) e 3/5 dal suolo dedicato ai privati. Questo tipo di proporzione non è nuovo: è lo stesso che nel progetto di Palazzo Vecchio aveva attribuito 2/5 del triangolo generatore alla pianta del palazzo (Bartoli M.T. 2015). Se la tradizione attribuisce i due progetti allo stesso architetto (Arnolfo), l'argomento descritto è un punto a favore. I numeri 2, 3, 5 appartengono alla serie di Fibonacci (una serie presente in natura) ed è ragionevole che essi venissero scelti a garanzia di un requisito organico della nuova fondazione.

Anche la proporzione tra le lunghezze dei lati del rettangolo 320: 800 è uguale a 2:5. Quel rapporto era dunque stato cercato sia tra le grandezze lineari, sia tra quelle di area e averlo ottenuto in entrambe dimostra abilità e decisa intenzione di computo. È certo che la semplicità e la replica dello stesso rapporto, associate al numero 800, rendevano facile memorizzare e comunicare il sistema di relazioni geometriche ideate.

Nel confronto con le altre terre nove fiorentine, il rapporto tra lunghezza e larghezza della pianta di San Giovanni (5:2) è particolarmente alto. La lunghezza degli isolati è elevata e la distanza delle abitazioni vicine alle porte Nord e Sud dalla piazza è davvero notevole. Posta a Ovest del letto dell'Arno, il suo orientamento accompagna la direzione del corso del fiume, ma senza essergli parallela. (Fig.9) Quale è la posizione della terra nuova rispetto all'orientamento astronomico?

La domanda non è peregrina e fa riferimento alle prescrizioni vitruviane circa la pianta urbana. Vitruvio chiede che il reticolo delle strade venga disposto orientando strade principali e secondarie in modo che gli edifici che le delimitano intercettino l'impetuoso soffiare dei venti più forti; quindi è necessario cercare l'orientamento sul terreno, tracciando l'esadecagono orientato, sul quale disporre la rosa dei venti. Sulla planimetria di San Giovanni, rigorosamente orientata, possiamo disegnare la rosa dei venti entro l'esadecagono riferito alla pianta della città. Il vento più forte della piana del Valdarno è noto essere quello che spira da Nord-Est. In ordine alle prescrizioni di Vitruvio<sup>14</sup>, l'orientamento è senz'altro quello che meglio risponde alle necessità di protezione da quel vento sia nella viabilità principale che in quella trasversale e si può anche rilevare l'opportunità sia della Chiesa che del Palazzo Comunale, la cui costruzione va a protezione dello spazio urbano (le piazze) nella situazione meno favorevole. Riferita all'esadecagono, la pianta

appare quasi un manifesto dimostrativo della logica del suo posizionamento.(Fig.10)

Il CAD ci dice che la lunghezza del lato dell'esadecagono circoscritto al cerchio di raggio 100 può essere ben approssimata da 40. L'esadecagono la cui apotema è 800 ha il lato lungo 320 con ottima approssimazione (la tavola delle corde di Fibonacci pubblicata da Friedman nella tav. 8 del suo volume avrebbe consentito il calcolo); il rettangolo con le proporzioni di 2:5 poteva provenire dal grafico della rosa dei venti, con un errore dello 0,5% nella larghezza del rettangolo delle mura rispetto alla lunghezza.

Abbiamo descritto le possibili ragioni delle proporzioni del perimetro delle mura. Ora vogliamo capire come sono state definite le misure delle due fasce lungo le mura: la strada dentro le mura (20 braccia) e il fossato e la strada fuori le mura (37,5).

Supponiamo che Fibonacci fosse il filo conduttore (come d'altronde è stato per l'architetto di Palazzo Vecchio) e che il progettista abbia pensato di dimensionare le due fasce in modo da ottenere due rettangoli la cui superficie ripetesse numeri della serie: essendo il rettangolo 155,66 braccia, i numeri da prendere in considerazione erano 130 e 210. Si trattava quindi di determinare due fasce di terreno, verso l'interno e verso l'esterno, che, girando lungo le mura con lo stesso spessore, delimitassero rettangoli di tali aree.

Non è difficile impostarne il calcolo:

$(800 - 2x) \times (321 - 2x) = 130 \times 1650$ ; l'equazione è risolta per  $x = 20$

$(800 + 2x) \times (321 + 2x) = 210 \times 1650$ ; l'equazione è risolta per  $x = 37$ .

Questo risultato può spiegare l'enfasi che ancora avvertiamo nelle parole della lapide e la volontà di dare evidenza al risultato della fatica di un progetto molto pensato.

Poco sappiamo dell'organizzazione interna dei lotti edificati. Gli isolati erano divisi al loro interno da stretti vicoli (nelle relazioni dei rilevatori sono larghi max 4 braccia, min. 2,5, ma oggi sono ridotti a tortuosi sentieri a sezione variabile); la profondità dei lotti probabilmente non era prevista in origine tutta edificata, ma ripartita forse tra l'abitazione e gli usi di essa previsti sulla strada (negozio o albergo nelle zone di maggior pregio), e l'orto, la stalla o il laboratorio nel retro, affacciati sul vicolo. Il rilevatore Della Zucca, alla metà

del sec. XVI, ci mostra una sezione già tutta edificata, provocando l'interrogativo di come fossero arieggiate le parti interne delle abitazioni. Chiostrine? Le superfetazioni eccessive sono tutt'oggi il problema del centro storico e l'elemento che rischia di compromettere il decoro della sua sopravvivenza. Le strade non hanno più la larghezza prevista; mentre la strada maestra ha comunque maturato nel tempo una speciale qualità urbana, le parallele principali presentano discontinuità e restringimenti mortificanti; le trasversali sono ridotte a sorta di imbuto dal collo stretto verso la strada maestra, ma non hanno del tutto perso la loro natura. L'area centrale, vasta, circondata da portici di epoca tarda, divisa in piazze diverse dalla Pieve e dal Palazzo Comunale, propone un modello di spazio urbano cui guarderanno molti dei disegnatori di città ideali. (Fig.11)

Il disegno delineato ha cercato di mettere in luce, sulla base di paradigmi gotici, le ragioni metriche e geometriche da cui è discesa la figura planimetrica della terra nuova, rivolgendosi, per la ricerca delle fonti delle particolari scelte di disegno urbano, al pensiero scientifico degli abbachisti, associato all'autorità del mondo antico, rappresentato da Vitruvio, il padre della trattatistica di architettura. Più che una creatività innata, fu la luminosa ricerca di un coerente e trasmissibile pensiero guidato da scienza a produrre il vitale tracciato di un fortunato centro abitato, che ancora trasmette al suo visitatore la sensazione di intelligente distribuzione. Se questa ipotesi non fosse riconosciuta ammissibile, dovremmo allora ritenere frutto di mera coincidenza le relazioni metriche e numeriche messe in evidenza.

Fig.1: Planimetria catastale di Castelfranco di sotto, con evidenza della struttura geometrica basata sullo staioro pisano, come definito da Fibonacci.

Fig.2: San Giovanni Valdarno, vista satellitare, da Google Earth.

Fig.3: San Giovanni Valdarno-Ufficio Tecnico Comunale: planimetria dell'area.

Fig.4: Giglio fiorentino, grafico tratto dalla descrizione degli Ufficiali delle Castella (Friedman, 308, 311)

Fig.5: La lapide sul muro del Palazzo Comunale, con l'iscrizione relativa alle misure della terra nuova).

Fig.6 : Schema derivato dalle misure dei maestri Gentile e Batista.

Fig.7 : Schema derivato dalle misure del maestro Zucca.

Fig.8: Schema ipotizzato dell'impianto progettato.

Fig.9: Posizione della città fondata rispetto al fiume.

Fig.10 : L'esadecagono dei precetti vitruviani circoscritto al cerchio di raggio 800 braccia per determinare l'orientamento della città.

Fig.11: Immagini della città:

- 1 Logge of the Podestà's Palace and entrance to the main street.
- 2 Piazza dietro al Palazzo del Podestà
- 3 Piazza in fronte alla Chiesa Parish
- 4 Parte Nord della via principale
- 5 Tratto di una via secondaria
- 6 Incrocio di vie
- 7 Ingresso ad un vicolo).

## NOTE

[1] Umberto Eco, Il pendolo di Foucault

[2] Per l'insegnamento dell'abaco in Toscana vedi Ulivi E.

[3] Remigio de'Girolami (1240 c.a -1319). frate domenicano, allievo a Parigi di San Tommaso, fu lettore di grande autorità culturale e politica in Firenze, nello Studio di Santa Maria Novella. Oltre ai sermoni, scrisse numerosi trattati di argomento politico, rivolti a indirizzare i suoi concittadini delle turbolenze della vita del Comune. Scrisse anche la Divisio Scienze, in cui è descritto l'organigramma delle scienze medievali, tra le quali la geometria. I suoi scritti sono pubblicati in formato elettronico sul sito web del suo studioso Emilio Panella: <http://www.e-theca.net/emiliopanela/remigio/>

[4] Nel Trecento l'uso nei contratti dei caratteri arabi dei numeri (introdotti dal Fibonacci) fu proibito a Firenze perché dava luogo a ambiguità e imbrogli; la numerazione romana, unica consentita nei documenti ufficiali, non era certamente adatta ai grafici di architettura per l'ingombrante lunghezza dei numeri. L'Archivio Capitolare di Arezzo conserva una pergamena del sec. XIII con la pianta del Convento di San Francesco. Il disegno è corredato da misure in caratteri romani, specificando il senso del numero scritto nelle stanze: p.es. "longitudo br XXXX", oppure "latitudo br VIII", una sola dimensione per ambiente. La lettura attenta del grafico fa emergere però le proporzioni implicite delle diverse parti del progetto (vedi S. Giannetti, Analisi sistemica di un processo creativo medievale, tesi di dottorato Firenze 2013, 23-27). Fibonacci fu il matematico che riaccese in occidente la ricerca scientifica sia nel computo algebrico che nella geometria. Nel suo primo trattato (Liber Abbaci, c.a 1200) definisce l'unità di misura delle lunghezze a Pisa (il braccio

da panno); nel secondo (Practica Geometrie, c.a 1220) definisce il sistema metrico delle aree a partire dallo staioro.

[5] Su questo punto si veda in Bartoli M.T. 2007 e 2015, la descrizione del percorso geometrico del disegno di Palazzo Vecchio; in Bartoli 2009 quella del disegno del Convento di Santa Maria Novella; in Bartoli 2011 quella del disegno di Ognissanti a Firenze.

[6] i dati della diffusione dell'abaco in Firenze nel Medioevo sono offerti da Giovanni Villani, Nuova Cronica: negli anni 30 del XIV secolo sei scuole di abaco e algoritmo erano frequentate da circa 1000/1200 allievi ogni anno (Libro XIII, 1355)

[7] Bisogna arrivare alla Summa di Luca Pacioli del 1494 per trovare la definizione dello staioro da terra, unità di misura in uso per la compravendita dei campi, ben diversa dallo staioro del braccio da panno.

[8] La precisione di queste misure le rende ancor oggi leggibili, pur nel passaggio dei secoli.

[9] D. Friedman 1996, Terre nuove La creazione delle città fiorentine nel tardo medioevo, Torino Einaudi 1996.

[10] Hanno collaborato a verificare la carta dell'U.T.C. gli studenti del corso A di Rilievo dell'Architettura 2015/16 Costanza Bigi, Stefano Cartesio, Jorio Corelli, Judriva Davidhi, Danny De Carolis, Gianluca Dell'Abate. Sono stati misurati con misuratore laser e fettuccia i bordi del perimetro degli isolati del quartiere a Nord-Ovest, che sono risultati adeguatamente rappresentati nel rapporto di riduzione della carta. Analogamente, è stata controllata la piazza accanto e dietro il Palazzo Comunale. Le linee del disegno sono presenti in maniera corretta; manca la definizione delle zone coperte e scoperte; queste però, abbastanza riconoscibili sulla base della pianta catastale presente nel libro di D. Friedman, non mo-

dificano gli esiti dello studio

[11] Friedman, 308/311; il documento è in ASF,UFF.Cast., Rocche, I, ff.15v-18r, 19 maggio (1350).

[12] Friedman, 85, nota 10

[13] Friedman, 316/317

[14] Vitruvio, 1997, Libro I, 55,57.

-Bartoli M.T., Dal Gotico oltre la maniera, gli architetti di Ognissanti a Firenze, Firenze Edifir 2011.

-Bartoli M.T. The unusual shape of Palazzo Vecchio in Florence, in Proceedings of the 19th International Conference on Cultural Heritage and New Technologies 2014 (CHNT 19, 2014) Vienna 2015; [http://www.chnt.at/proceedings-chnt-19/ISBN 978-3-200-04167-7](http://www.chnt.at/proceedings-chnt-19/ISBN%20978-3-200-04167-7)

-Ciampoltrini Giuliano, Abela Elisabetta, Castelfranco di sotto: archeologia delle origini, Museo Archeologico, 2005.

-Ciocchi Argante, Luca Pacioli tra Piero della Francesca e Leonardo, Arezzo, Aboca Museum Ed. 2009

Deti Edoardo, Di Pietro Gian Franco, Fanelli Giovanni, Città murate e sviluppo contemporaneo: 42 centri della Toscana C.I.S.C.U., Lucca, 1968.

-Friedman David, Terre Nuove, la creazione delle città fiorentine nel tardo medioevo, Torino Einaudi, 1996.

-Giusti Enrico, Un ponte sul mediterraneo, Leonardo Pisano, la scienza araba e la rinascita della matematica in Occidente, Firenze, Polistampa, 2002.

-Leonardo Pisano, Practica Geometrie, in Boncompagni Baldassarre (a cura), Scritti di Leonardo Pisano, Vol. II, Roma 1886

-Manetti Antonio, Vita di Filippo Brunelleschi, a cura di Domenico De Robertis, Milano il Polifilo 1980.

Ulivi E., Scuole e maestri d'abaco in Italia tra Medioevo e Rinascimento, in Giusti E., 2002, 121-131.

Vitruvio, De Architettura, a cura di Pierre Gross, Einaudi Editore, Torino, 1997, vol.I.

## BIBLIOGRAFIA

-Bartoli M.T., Musso e non quadro, la strana forma di Palazzo Vecchio dal suo rilievo, Firenze, Edifir 2007

-Bartoli M.T., Il convento di S. Maria Novella a Firenze, Firenze, Edifir 2009