

## Fractal patterns. Forms of Nature for project sustainability.

Over the centuries, humanity has gone through various revolutions in data and information management that have increased, clarified or facilitated the evolution of knowledge. The Western world has evolved thanks to a succession of strategies developed to maximise the amount of information. The increasing computer performance has made the process of creating and transmitting data so fast and cheap to bring the information volume available to exceed a crucial threshold, leading to the advent of the so-called Big Data age. For the first time in human history, we have more data than we can handle. The discipline of drawing and representation is not exempt from this process. This density requires innovative methodologies necessary to structure the representations according to multiple scales and information supports. The computer does not understand the meanings, but unlike the human being, it can use this abnormal amount of

unordered information to identify regularities. It then becomes possible to study natural phenomena and biological systems previously unsailable due to their complexity levels, to extract principles to be reproduced by digital processes in (eco)sustainable anthropogenic artefacts design. Computational design permits a high level of abstraction and more in-depth analysis that allows different disciplines hybridisation in designing artefacts whose properties are not only the result of formal, syntactic or linguistic issues, but they acquire living systems typical characteristics, such as the capacity to adapt, transform itself and self-organise. The knowledge and control of biomorphic patterns application promote project sustainability since nature always pursues the maximum efficiency of its systems. This paper presents experimental morphological studies aimed at realising artefacts with characteristics similar to natural systems.



**Michela Rossi**  
Michela Rossi, architect and Ph.D in Architectural Survey And Representation, is full professor in the School of Design Politecnico di Milano, where she teaches Design Drawing in the Interior Design Programme since 2008. She studies Design Theories and basic patterns in landscape, architecture and manufacture, focusing on archetypes and relationship between form and geometry, and the reference to organic pattern of nature in Design application. She also studies the application of representation tools and instruments in interior design focusing on the cultural heritage of Architectural Perspective.



**Giorgio Buratti**  
Giorgio Buratti, PhD at the School of Design in Politecnico di Milano, where he graduated with full marks and obtained his master's degree in Ergonomics. Since 2015 he is an adjunct professor and researcher in Politecnico di Milano. He focused his research on defining generative algorithms and parametric modelling system to generate high-level complexity geometry. He is interested in advanced geometry, in studying and designing biological patterns and in digital fabrication technologies.

Keywords:  
Biomimicry; Fractals; Computational design;  
Patterns

*The imagination will tire of inventing  
before Nature gets tired of revealing itself*  
Blaise Pascal

Geometry teaches us that shapes have specific properties that depend on their “design” or metric relationships among the elements that define their outline. For the design disciplines, studying, comparison and reasoning of morphological properties are essential for the effectiveness and efficiency of what conceived. The result of any project depends, in fact, on the capability in responding to user requirements related to the timing and resources necessary to achieve a goal.

If we consider how a significant part of human learning occurs by imitation, it is not surprising that the natural world was the first design inspiration model. Since man began to represent natural organisms and phenomena within caves, the study of Nature began as well as the attempt to understand its principles.

The primitive magical-sacral dimension is soon replaced by the conception of Nature as a catalogue of possible solutions, usable thanks to man’s intellect.

According to Plato, both laws and art “come from nature or in any case from something not inferior to it” [Plato, 353 b.C], while Aristotle introduces for animals study the concept of empirical observation basing the hypothesis formulation, theorizing a functional aesthetic according to which “each part of the body is because of an end, then the end is a certain function” [Aristotle, 350 b.C]. Vitruvius uses the human body as an abstract and functional model for the concepts of *symmetry* and *eurythmia*, necessary for correct architectural composition and the Renaissance, along with Luca Pacioli, associates the golden proportion with the maximum perfection of Nature.

From the classical world to the birth of modern science, biological models’ studies will mainly be addressed to the coding of natural harmony, using mathematical and numerical systems that investigate correspondence relationships between the parts, influencing the artistic production canons. Until Leonardo’s studies on bird fly for constructing a flying machine, the first documented example of a biological system methodological analysis, the relationship between natural processes and design activities will remain at a more

metaphorical than a practical level. The capacity to abstract and transform natural principles into technology is a discontinuous process linked to the theoretical tools and technologies available. Although examples [3] related to individual experiences can also be found previously, the relationship between design and the natural world is built on a rigorous basis only from the beginning of the nineteenth century, when Biology is constituted as an autonomous science that focuses on the study of living systems [4].

One of the first buildings in which a proper biomechanical study is recognizable is the Crystal Palace, built in London in 1851 to host the Great Exhibition, *summa* of Joseph Paxton’s architectural and botanical research. The building was inspired by the Victoria Amazonica, a water lily with very extensive leaves, characterized by a series of radial beams stiffened by thin crossed ribs.

Paxton re-proposes this design for the iron supporting structures of the large closing arches, obtaining a light but very resilient structure, which effectively upholds the large windows.

In the same years, the organic metaphor inspired the American functionalism of H.

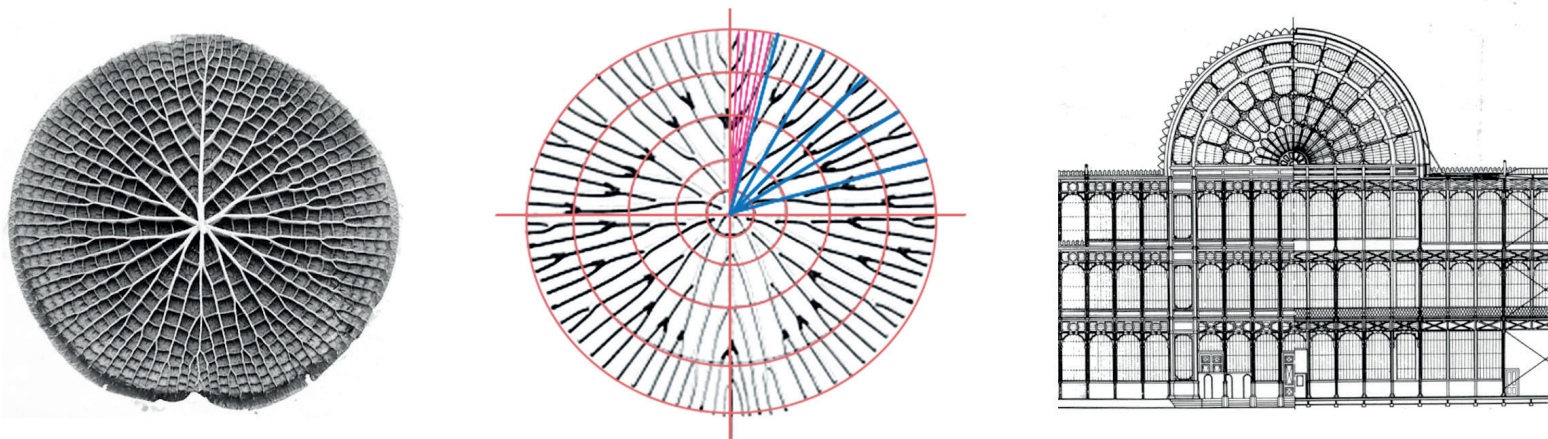


Fig. 1 - Crystal Palace elevation. In the large cover arch, it is possible to appreciate the similarities with the Victoria Amazonica structure.

Greenough, who sees the principle operating in nature in the adaptation of form to function and he means the natural organization as the same element's diversification according to the needs of the genus and the species, shaped by adaptive requires [5]. Louis Sullivan summarizes these concepts in the famous motto "... form ever follows function ..." [6; Sullivan L.H., 1899], proposing a practical application in architecture and design that will be supported in the XX century in Modern Movement' theories. In 1917 D'Arcy Thompson published his studies on the connections among mathematical relationships, physical laws and some phenomena of organic growth, structure and form. The author proposes and illustrates a sample of similarities between the morphologies created by Nature and the architectural and mechanical systems produced by man, highlighting how the functional efficiency observed in Nature can stimulate equally effective solutions in the world of artefacts. Although not all the hypotheses of his studies are proven [7], the text proposes problems and observations, even if still unresolved, to prove how Nature creates its forms based on economy and minimum energy criteria. D'Arcy Thompson's work opens new interpretative scenarios that will influence generations of designers, and it will lay the foundations of Biotechnology and Bionics. Biotechnology (Biotechnik) was first introduced in 1920 by R.H. Francé in the paper *Die Pflanze als Erfinde* [8]. Processes of growth and ordering of plants are investigated, highlighting the opportunities offered by the knowledge of these phenomena in the design of artefacts. The approach will later be chosen as a didactic reference by Laszlo Moholy-Nagy at the Bauhaus [9], introducing the idea that the evolution of living organisms has solved many functional and engineering problems, which it is enough to draw upon rather than seek new technological solutions. [10] At the end of the 1950s, in continuity with biotechnical theories, but

Fig. 3 -(right) Radiolarians are protozoa characterized by a siliceous skeleton that contains the soft body, Fuller drew inspiration for the US Pavilion at the 1967 Montreal Expo.

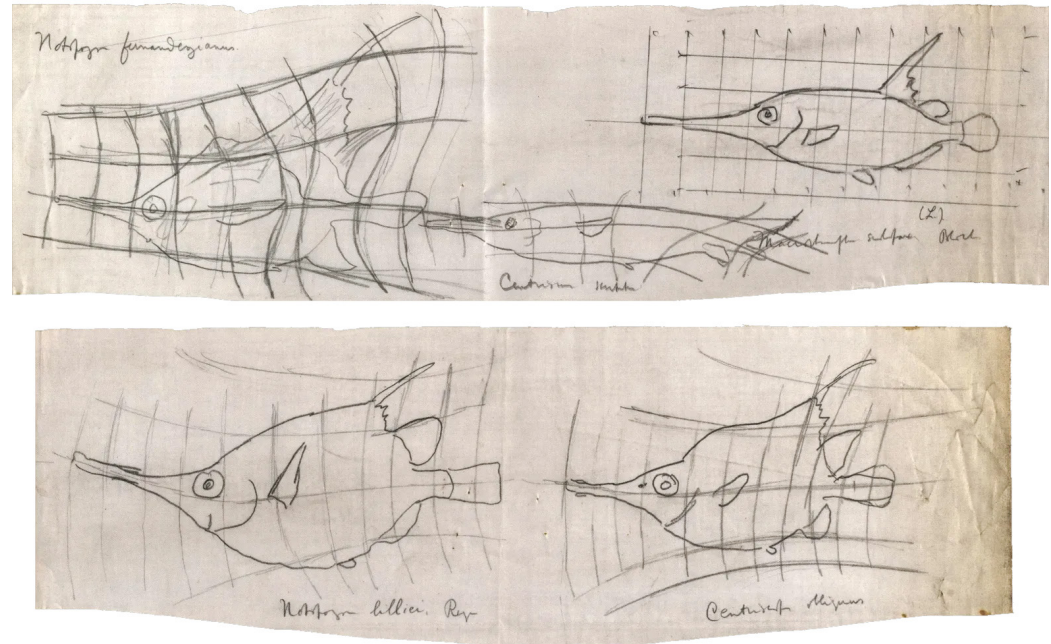
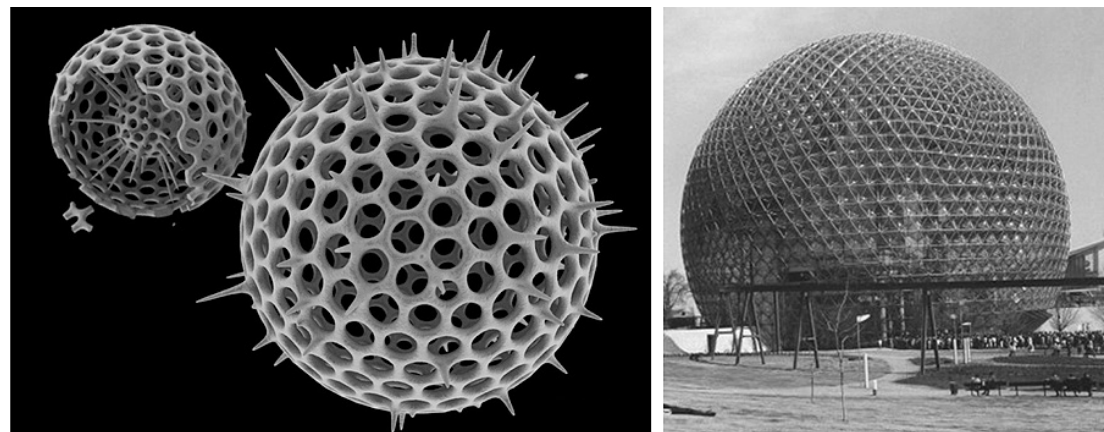


Fig. 2 -D'Arcy Thompson notes for *On growth and Form*: the original drawings of fish-shape transformations. (Special Collections at the University of St Andrews Library)





with particular attention to new technologies, a new branch of engineering called Bionics born, in which it is also possible to find the roots of Biomimicry. Bionics is initially translated into research that identifies shapes and geometries with structural characteristics in the project disciplines. Among others, exemplary are the studies of R. B. Fuller on geodesic domes, whose construction is based on observing the shape of radiolarians. These aquatic protozoa are characterized by a light and stable siliceous exoskeleton that the architect studies, bringing it back to the basic principles of simple solids, such as the tetrahedron, octahedron, icosahedron or sphere, to simplify the construction of the well-known reticular structures. Frei Otto's study of minimal surfaces also arises from structural needs. An innovative structure has been developed for the Olympic Stadium in Munich, consisting of large coverings supported by steel cables based on the observation of the soap sheets' behaviour and the texture of the dragonfly's wings. These, in fact, despite having a thickness of order thousandths of a millimetre resist without breaking the considerable pressure that it is formed during the flight.

Although pioneering, these experiences are limited by a static and simplified model of nature interpretation, constrained within the theoretical and technological limits of age. The scientific advances achieved in the following years have made it possible to develop cognitive models capable of describing more complex dimensional relationships and realities in mathematical terms, allowing to simulate and control structures and biological phenomena once unassailable. The organic reference finds new importance in the progressive shift of interest from the form to the relationships constituting the generative dynamics in an in-depth study that leads to replacing mere imitation with the analysis of biological processes of growth, transformation, and responsive adaptation [11]. In application to design, this development is mainly due to two distinct but related issues. The first is the discovery and definition of Mandelbrot's fractal geometry [12], which can be framed in a tendency of scientific culture to abandon the deterministic vision of reality to embrace a model more consistent with the natural world in admitting that all phenomena, even if in different measure, are characterized by non-linear

processes. The other is Information Technology establishing as a scientific discipline and the consequent use of computers as an investigation tool.

## 2. FRACTAL GEOMETRY

Geometry, a fundamental element in constructing Western scientific thought that is still studied and applied today, was formalized by Euclid of Alexandria (about 300 BC). Starting from intuitive axioms, the scholar developed a logical rule set to describe points, lines and other geometric entities in a reality abstraction process typical of the Platonic-Pythagorean tradition [13]. Indeed, this abstraction was so strong that it was inadequate when applied to the real world. "Clouds are not spheres, mountains are not cones, coastlines are not circles, and bark is not smooth, nor does lightning travel in a straight line [...] the irregular is not an accident that distorts regular geometric shapes, but it is the essence of the natural thing"[14]. With these words B. B. Mandelbrot sanctions in 1967 the birth of a new type of geometry, which he will call fractal [15], capable of describing and quantitatively characterizing com-

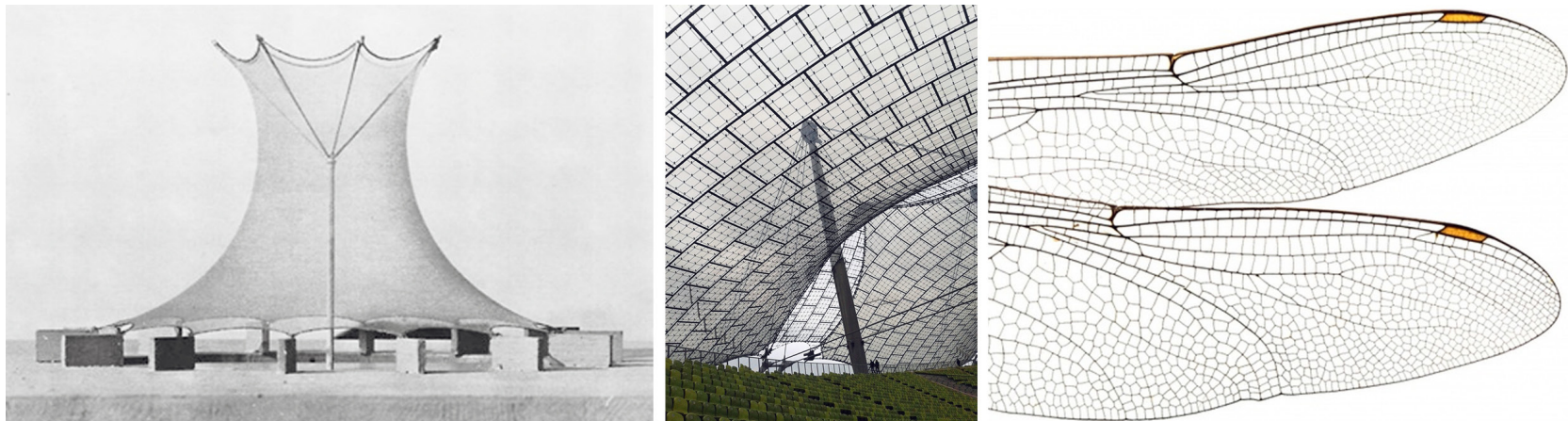


Fig. 4 -The study of soapy sheets and dragonfly wings combined in the construction of the covering for the Olympic stadium in Munich by Frei Otto.

plex natural structures that present forms too manifold to be defined by Euclidean geometry. Indeed, fractals had been known for some time. Between the end of the 1800s and the early 1900s, mathematicians such as Cantor, Peano, Hilbert, Von Koch and Sierpinski [16] had identified strange mathematical entities extraneous to the consolidated concepts of size, area and perimeter of classical geometry. These objects shared the properties of recursion, internal homothety and self-similarity [17], but they could not be described as the locus of points that satisfy certain analytical or geometric conditions. These peculiarities aroused scepticism and hostility in most of the scholars of the time, who considered curves of infinite perimeter and finite area as “monsters” that could not have any equivalent in the

real world. The last to deal with it, around 1920, were the French mathematicians Pierre Fatou and Gaston Julia [18], who obtained remarkable results considering that, since there were no computers at that time, they could only count on their abstraction capacity. In the following years, research on fractals was abandoned, until at the end of the Second World War, the twenty-year-old Mandelbrot resumed his studies in mathematics by enrolling at the Ecole Normale Supérieure in Paris. Attendance at the prestigious school was short since the thought of a mathematicians group raged in those years who, under the heteronym of “Nicolas Bourbaki”, founded a movement to rewrite mathematics from its foundations exclusively based on logical criteria. There was no room for geometry or the application and research of natu-

ral physical phenomena in this construction. For Mandelbrot, mathematics was mainly a study of forms and an indispensable tool for analyzing the physical world, so he enrolled at the Paris Polytechnic, where he attended the lessons of a now-elderly Julia, remaining influenced by it. We must wait until the 1950s, when Mandelbrot left France to reach the IBM Research Center in New York, to find the first studies on telephone lines noise, which led him to delve into infinitely irregular mathematical models with homothety. Mandelbrot realized that, in the total unpredictability of errors appearance, there were regularities. He identified a constant relationship between the periods without error and the periods with errors, regardless of the time interval considered was

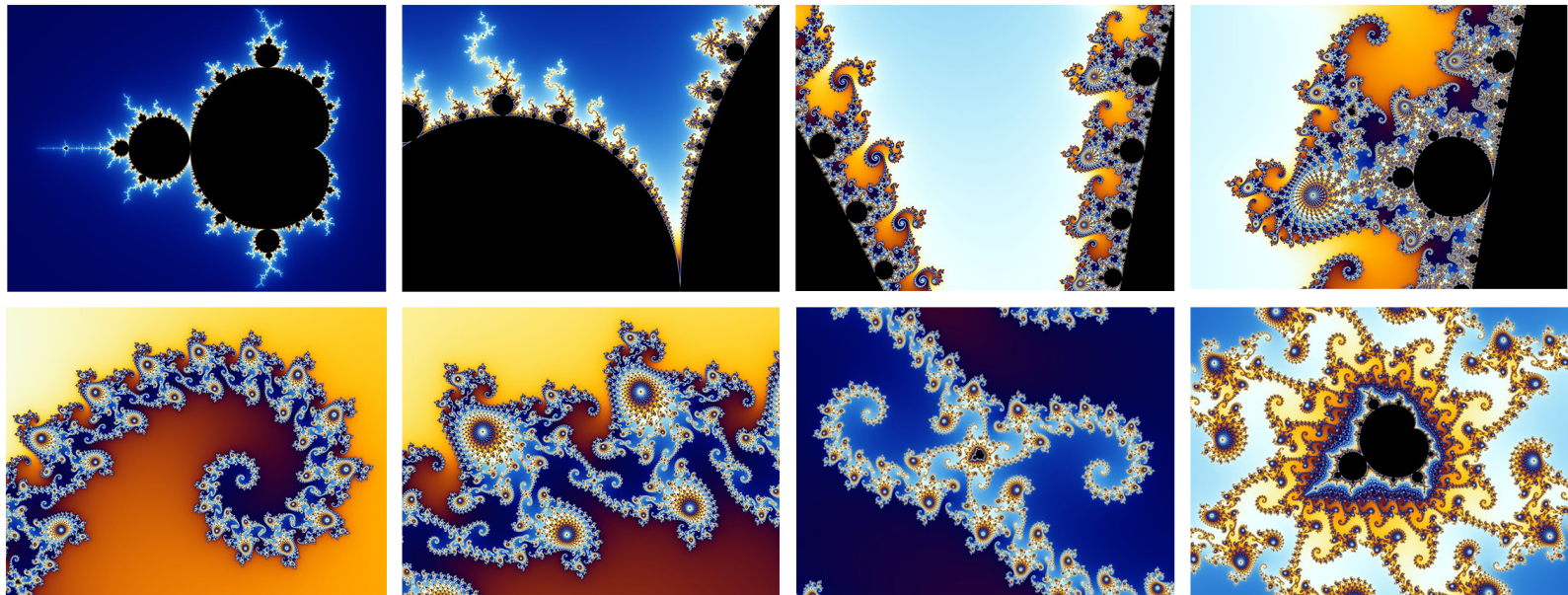


Fig. 5 - Mandelbrot fractal. Images show an elaborate boundary that reveals progressively ever finer recursive detail at increasing magnifications. The set's boundary also incorporates smaller versions of the main shape, so the fractal property of self-similarity applies to the entire set, and not just to its parts.

a second, a minute or an hour. To measure irregularity level, the scholar used the Hausdorff-Besicovitch dimension [19], a discrete parameter capable of quantifying the probability that a fractal iteration occupies a given region of space. Thus, he discovered that this value is always more extensive than the topological dimension, it can be a fractional number and all-natural shapes have a fractal dimension between 0 and 3, extremes included. To clarify the concept, think of a three-dimensional solid, for example a cube with no continuity solutions in its structure, occupying a volume. Its dimensions number will therefore be equal to 3 (height, width and length). Its fractal counterpart Menger's Sponge [20], while occupying a three-dimensional space, does not fill the space completely because its structure presents an intricate series of empty areas. Consequently, it can be imagined that its size is greater than a plane, but less than a solid, therefore a value between two and three: a fractional value. Therefore, the fractal dimension describes the irregularity and complexity of a structure: the higher its numerical value, the more irregular and morphologically complex the figure is. A coastline, for example, has a fractional size between one and two, while a mountain surface has a size between two and three. The properties of the twentieth century "mathematical monsters" find, thank to Mandelbrot, a satisfactory confirmation in the real world, even if natural fractal forms have a finite regression, unlike the mathematical fractals that have no theoretical limit if not the used computer computational capacity.

In recent decades, fractal models have acquired a fundamental role in various scientific sectors, including Biology, Economic and Social Sciences, Information Technology and Medicine, with a constantly growing field of application. For the design disciplines, it was previously described how the conscious use of natural world morphologies has promoted innovative solutions and enriched the formal language. This relationship is mediated by conceptual and tech-

nological tools, which are the device through designer realise their own vision. Although the computer introduction as drawing tool has been an epochal change, the support for the project has been for many years that of an "enhanced drafting machine". It allows to reduce execution times and increase the accuracy of the sign, but from a conceptual point of view, it differs little from the ruler and set square drawing methods. The increased level of computer literacy has led the designers to investigate the often-unknown processes that underlie the functioning of the digital tool used daily. This interest has stimulated a new type of modeling, based on information processing logic, which supports a new phase of computer-assisted design. It is an innovative approach, the result of a digital medium conscious use, that frees the designer from constraints and conditioning of traditional CAD software, but still poorly understood and often used without method as a formal exercise. Examples of how this approach reveals its potential in studying and formalising some fractal morphologies will be presented below.

### 3. FRACTALS, ALGORITHMS AND MODELLING

As already stated, the description of fractals is not based on an equation but on an algorithm, not necessarily numerical, used to draw a curve or surface [21]. An algorithm is a systematic procedure based on a succession of univocally interpretable instructions, which explain to an executing agent how to achieve a particular goal. If the executor is a computer, the algorithm must be translated into an appropriate executable language (or code). These concepts bring us back to the computer science conceptual paradigm and highlight the importance of computer technology in fractal research. Thanks to the computer Mandelbrot has recreated the typical complexity of non-linear systemic phenomena, identifying only *a posteriori* the rules that explain their behaviour. In other words, these events could not be analysed according to a hypothetical deductive method (top-down), so knowing the initial conditions it is possible to predict the system's future evolution at any time. Only by defining the behaviour of basic entities

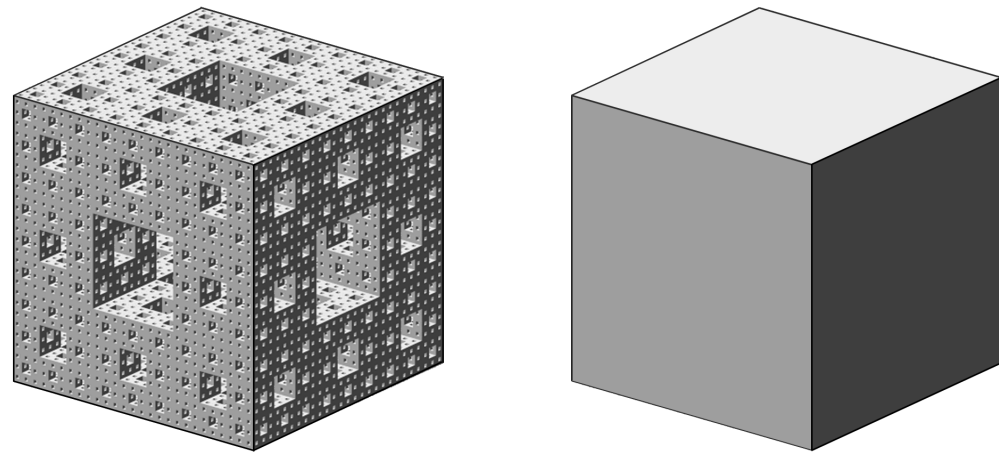


Fig. 6 -A cube of fractional dimension 3 and a Menger sponge of approximately 2.726833 fractional dimension.



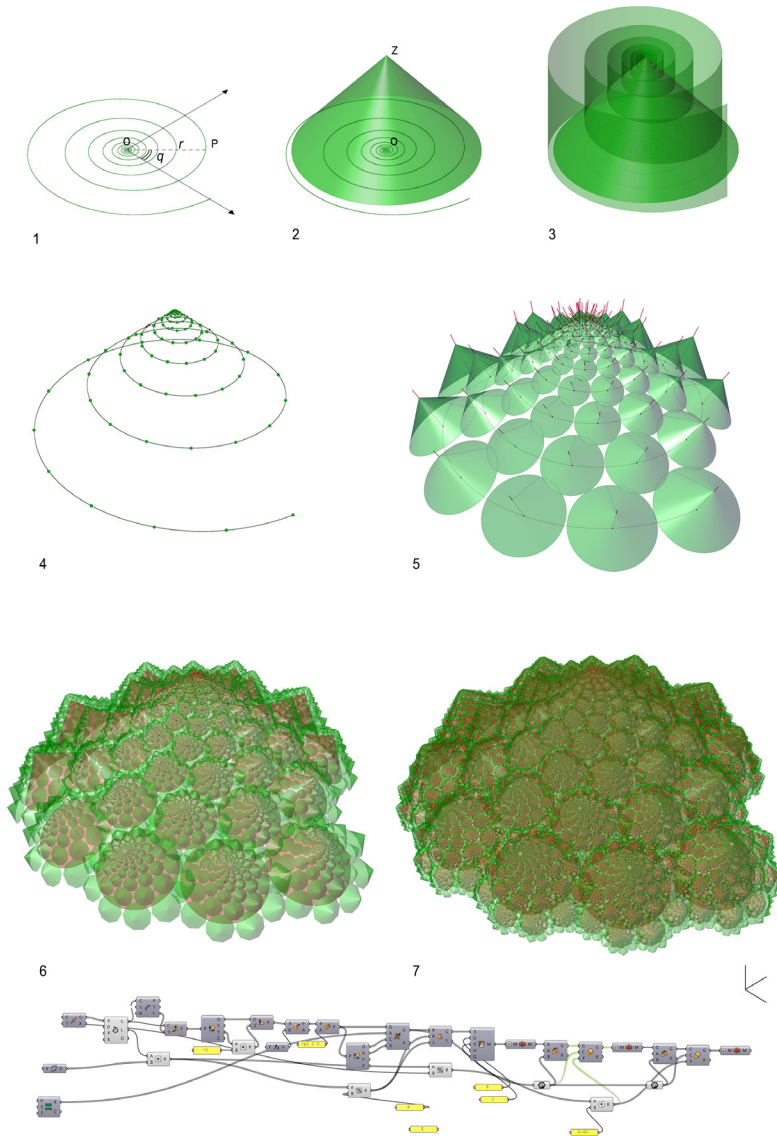


Fig. 7 - Algorithmic development of a Roman broccoli

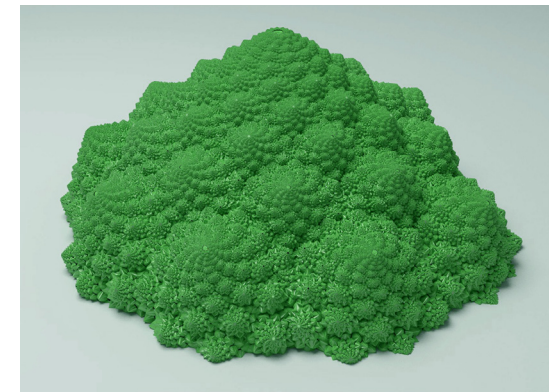


Fig. 8 - Digital Roman broccoli

(bottom-up) and leaving the task of simulating the collective effect resulting to a computer, it was possible to find regularities and compare them with natural events. In this paradigm lies the importance of a different computer use in drawing, which is no longer expressed in the design of a shape, but in a relationships process definition that leads to the shape construction. The morphology of an artefact becomes the result of the iteration between different specific designs component, whether of a technical, economic or cultural nature, in a process called computational morphogenesis. As in the natural morphogenesis that distinguishes the development and growth processes of living organisms, the shape arises from the interaction of material capacities intrinsic to the system and exogenous environmental influences and forces. The formal language will no longer be predetermined but contingent, freeing the design act from any preconception, style or trend, in an alternative choice of intelligent forms and traceable creativity. The following examples demonstrate the level of complexity that can be controlled and managed according to a computational process.

Using Grasshopper, a visual algorithm editor associated with McNeel's Rhino software, two algorithmic definitions capable of precisely describing organic morphologies have been studied and defined. The first algorithm describes a vegetable that has always fascinated scholars of different disciplines for its distinctive morphological characteristics: Roman broccoli [22].

The interest is probably due to the broccoli's "rosette" [the small cone] fractal arrangement that, according to the rules of internal homothety, reproduces the same geometry on different scales. In other words, each broccoli's cone generates on its lateral surface a continuous succession of other cones. Another notable feature is that this sequence can be expressed as Fibonacci sequence quotient, or rather, as the ratio in which each sequence quantity is the sum of the previous two.

The algorithm first describes a logarithmic spiral belonging to the XY plane. This spiral is defined algebraically so that the vector radius  $r$  is a continuous function of an angle  $q$ , describable in the Cartesian plane by polar coordinates so that  $x = r \cos q$  and  $y = r \sin q$ , where  $r$  is the distance of a generic point  $P$  from the coordinate system origin  $O$  (considered as the spiral pole), and  $q$  is the angle between  $OP$  and the polar axis. The curve projection on the cone's surface allows to obtain a three-dimensional logarithmic spiral in which the polar axis  $OZ$  coincides with the cone height. The next step divides the curve according to Fibonacci sequence, obtaining proportional segments in which the extremes will correspond to the cones base centres that will constitute the new cones' vertices too. The algorithm constrains cones height to radius and radius to Fibonacci sequence so that, depending on generation point, cones respect the base tangency condition with adjacent ones that lie on the same curve. This way, the size of "rosette" decreases proportionally as the spiral approaches the cone apex. It is sufficient to repeat the process  $n$  times to obtain a geometry that approximates the real vegetable with good precision. The geometric study also reveals the phyllotaxis reasons: the angle of  $137.5^\circ$  that accurately distances the cones base centres, corresponding to

the cone axis too, allows the space to be exploited efficiently. If the divergence angle had, for example, an amplitude of  $120^\circ$ , or any other rational product of  $360^\circ$ , the cones would align radially, leaving a large amount of unused area. At this point, one may wonder why Roman broccoli grows starting from a circular base rather than using another polygon capable of seamlessly tessellating the surface, such as a square or a triangle. The finished model analysis seems to provide some explanation: it will be noticed how the self-similar principle orients the cones in every space direction. The cones surfaces curvature allows the maximum exposure to light rays regardless of incidence angle, optimising energy absorption necessary for photosynthesis and making it the best possible even in low light conditions [23].

The second algorithm computes a particular type of branched structure typical of some tree families and found in the pulmonary vascular system of many living beings too. The study is a three-dimensional development of a fractal known as the Pythagorean tree [24], so-called because it is based on a binary iterative procedure structured

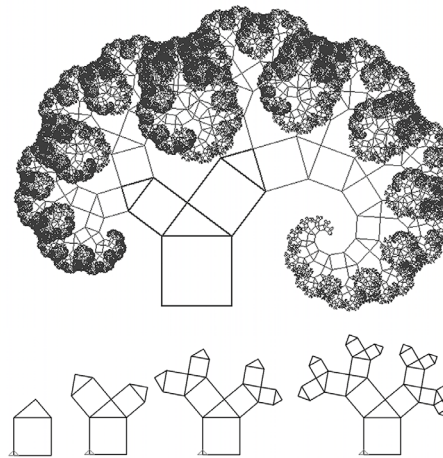


Fig. 9 - Pythagoras trees built with geometric method step by step.

DOI: <https://doi.org/10.20365/disegnarecon.26.2021.6>

on the well-known relationship between square and triangle  $a^2 = b^2 + c^2$ . Each square has one side in common with a triangle, which in turn has the other two sides in common with two other squares and so on, in a succession of rotations and homotheties which, despite their simplicity, generate branched structures of great complexity.

The three-dimensional construction follows the same rule but requires replacing the cube or parallelepiped with a triangular-based prism. In fact, the three-dimensional equivalent of a triangle is the tetrahedron, which, having triangular faces, does not allow the construction of polyhedra characterised by four faces. Solids characterised by square and triangular faces, such as the square-

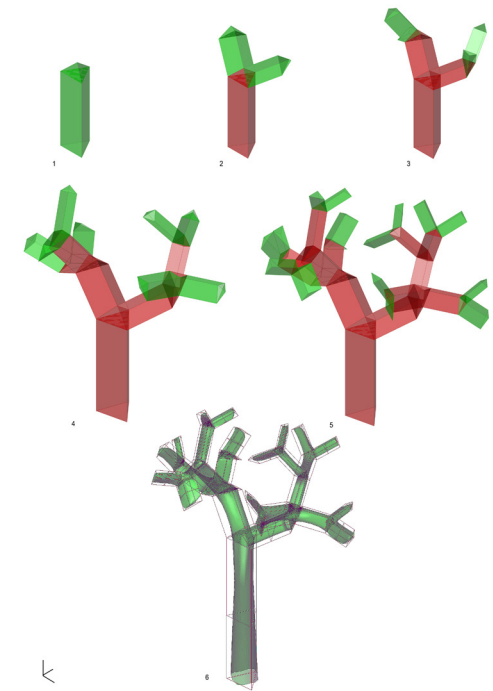


Fig. 10 - Algorithmic development of a tree.



based pyramid or the cuboctahedron, could be used, but the binary relationship that distinguishes the morphology growth would be lost. Each branch, in fact, is divided into two parts that follow the face perpendicular, halving in section, in a repeated process that allows effective coverage of the space without interference among one branch and the others. The algorithm then transforms the polyhedra into cylinders to better simulate the studied natural shapes.

Also in this case, it is possible to experiment with different parametric variations, understanding why the dichotomous subdivision of the trachea into bronchi, and of the bronchi into bronchioles, similar to the branching of many plants, is the simplest way to occupy a volume. While breathing, the lungs inhale oxygen (O<sub>2</sub>) and exhale carbon dioxide (CO<sub>2</sub>), while chlorophyll photosynthesis reverses this process. In both cases, the exchange efficiency improves as the surface increases, for this reason the continuous branching in constant proportions allows to have, in a relatively small volume such as that of the lungs, a variable surface between 50 and 100 m<sup>2</sup>, equivalent to a tennis court. The specific relationship between the bifurcation angles then guarantees the maximum space coverage avoiding the branches overlapping.

#### 4.CONCLUSIONS

The proposed examples demonstrate how a conscious computational process used in design could describe and control the complexity factors of a biological model. Until recent times in the design field, natural models have been considered mainly from a static-structural perspective. Still, it is now possible to expand the study to other fields of application, such as thermodynamic, acoustic, systemic or aesthetic ones. These opportunities would optimise the design choices about the metric dimensional aspects and evaluate the efficiency of other factors associated with formal characteristics such as the material's properties. The thermal, acoustic or hygrometric characteristics also refer to the energy cost. These features

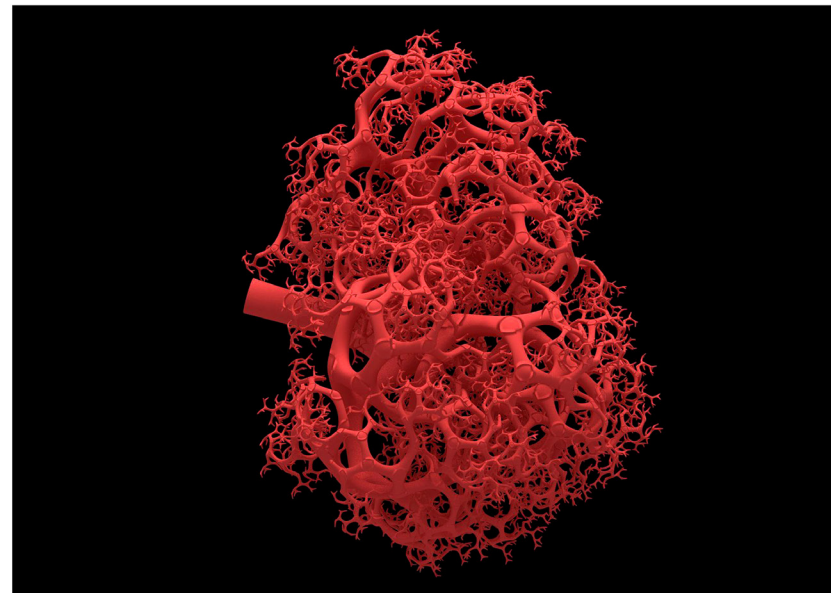
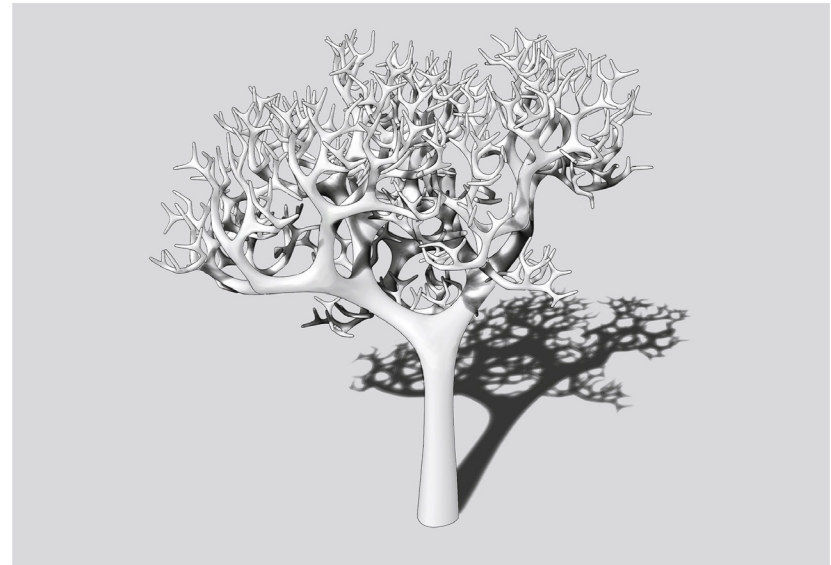


Fig. 11 -The same algorithmic description, by parameters variation, can generate a tree morphology or an articulated distribution of the pulmonary circulatory system

take on a strategic value from an environmental sustainability perspective. The natural world, which has always been admired for the efficiency of its solutions, offers complex models capable of fulfilling various needs. These principles can be translated into shape description algorithms since the same patterns are the basis of the natural and the computer system, even if those of the digital world are mainly invisible. It is only in the design disciplines that these tools can generate real and tangible artefacts. Translating the form into computer languages is not a reduction of reality but a tool capable of explaining and revealing its complexity. Writing an algorithm for design purposes means focusing on the interstitial space, which in biology links the genotype to the phenotype and which contains the regulatory processes that drive the former into the latter. The function of the self-similar use of fractals in natural morphogenetic processes thus becomes evident. To describe the shape of the crown of a tree, the arrangement of the fifty trillion cells that make up the human body or the distribution of the one million billion intraneuronal connections would require an enormous amount of genetic information, but thanks to Mandelbrot, and as demonstrated by the cases proposed, we know that we can reduce this complexity to dozens of program lines. With fractal geometry, the form becomes a point of equilibrium of a complex system and returns to be the object of the scientific study of phenomenal reality. Indeed, fractal geometry is the first form of geometry to describe and measure complexity, a branch of physics where Galilean science's determinism and ability to make predictions dissolves. If the structures of many objects in the animate and inanimate world are therefore fractal, self-similarity is the imprint of the same design but always new and different. For this reason, Roman broccoli, the respiratory or vascular tree, mountains and galaxies are never the same, in an infinite number of forms available to design inspiration.

NOTE

[1] Plato, *Law*, 890 D 6.

[2] Aristotele, *Opere, vol.V: Parti degli animali, Riproduzione degli animali*, tr. a cura di D. Lanza e M. Vegetti, Laterza, Bari 1973

[3] Among others in China in 1200, the population of Anhui province designed rural settlements inspired by the buffalo's cardiovascular system for the hydraulic network. In more recent times, the French entomologist R. A. Réaumur, in 1719, proposed cellulose as an alternative to cotton and linen in the production of paper after observing how wasps use this material. At the end of the same century, Sir G. Cayley studied the shape of the dolphin's body to develop a ship's hull with a lower coefficient of drag, laying the foundations for the fluid dynamics, which will have a significant part in the optimization of the form of boats, vehicles and aircraft.

[4] M. Rossi (2006) *Nature's architectures and built forms: Structures and surfaces between Idea and Design, Nexus Network Journal*, vol. 8, n°1/06, Birkhauser, Basel, 2006

[5] Greenough, H., *Form and Function: Remarks on Art, Design and Architecture*, H. A. Small, University of California Press, Berkeley and Los Angeles 1957, pp. 57 - 58. The book is a revised version of the Memorial of Horatio Greenough, H.T. Tuckermann, 1853, New York, which in turn is based on 'Horace Bender' (Pseud. Di Greenough), *The Travels, Observation, and Experience of a Yankee Stonemason*, New York 1852.

[6] "Whether it be the sweeping eagle in his flight, or the open ap-

ple-blossom, the toiling workhorse, the blithe swan, the branching oak, the winding stream at its base, the drifting clouds, over all the coursing sun, form ever follows function, and this is the law". L. H. Sullivan, *The tall office building: artistically considered*, in «Lippincott's Magazine», 57, March 1899.

[7] D'Arcy Thompson himself was aware of the value of conceptual inspiration, rather than of an exhaustive scientific treatment of his text of which he affirmed: "This book does not require a very extensive introduction because it is itself a preface from beginning to end", D. W. Thompson, *Crescita e forma (edizione ridotta a cura di J.T.Bonner)*, tr.it. Bollati Boringhieri, Torino 1969, p.351.

[8] R. H. Francé, *Die Pflanze als Erfinder, Frank'sche Verlagshandl*, Stuttgart 1920.

[9] L. Moholy Nagy, *Von Material zu Architektur*, München 1929.

[10] For further information see P. Steadman *L'evoluzione del design. L'analisi biologica in architettura e nelle arti applicate*, Editore: Liguori, 1998.

[11] M. Rossi (2019), *Organic Reference in Design. The Shape between invention and imitation*. Magnaghi-Delfino P., Mele G., Norando T. *Faces of geometry From Agnesi to Mirzakhani*. Springer. p 177-185.

[12] Benoit B. Mandelbrot (1924–2010) was a Polish-born French-American mathematician and polymath with broad interests in the practical sciences, especially regarding what he labelled as "the art of roughness" of physical phenomena and "the uncontrolled element in life. After World War II

ended, Mandelbrot studied mathematics, graduating from universities in Paris and the United States and receiving a master's degree in aeronautics from the California Institute of Technology. In 1958, he began a 35-year career at IBM, where he became an IBM Fellow and periodically took leaves of absence to teach at Harvard University.

[13] At the time, no exegete would have accepted compromises with reality; therefore, experimentation and confrontation with real life never played a relevant part in Euclidean theories.

[14] From "How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension" published in *Science* in 1967 which traces the birth date of fractal geometry.

[15] The term fractal, from the Latin *fractus* (fragmented, fractionated) would have been chosen by Mandelbrot scrolling through the Latin vocabulary of his nephew.

[16] Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845–1918) was a German mathematician. He created set theory, which has become a fundamental theory in mathematics; Giuseppe Peano (1858–1932) was an Italian mathematician and glottologist. He had made advances in the areas of analysis, foundations and logic, made many contributions to the teaching of calculus and also contributed to the fields of differential equations and vector analysis; David Hilbert (1862–1943) was a one of the most influential German mathematicians of the 19th and early 20th centuries. Hilbert discovered and developed a broad range of fundamental ideas in many areas, including invariant theory, commutative algebra, the foundations of geometry and mathematical

physics; Niels Fabian Helge von Koch (1870–1924) was a Swedish mathematician who gave his name to the famous fractal known as the Koch snowflake, one of the earliest fractal curves to be described; Wacław Franciszek Sierpinski (1882–1969) was a Polish mathematician. He was known for research on the axiom of choice and the continuum hypothesis), theory of functions and topology and for three well-known fractals (the Sierpinski triangle, the Sierpinski carpet and the Sierpinski curve).

[17] A class of objects or methods exhibits recursive behaviour when defined by a recursive step, a set of rules that reduces all successive cases toward the base case. A homothety (or homothecy) is a transformation of space that dilates distances concerning a fixed point, and a self-similar object is exactly or approximately similar to a part of itself.

[18] Pierre Joseph Louis Fatou (1878–1929) was a French mathematician and astronomer who created the area of mathematics which is called holomorphic dynamics. It deals with a global study of iteration of analytic functions. He was the first to introduce and study the set which is called now the Julia set; Gaston Maurice Julia (1893–) was a French mathematician who devised the formula for the Julia set. His works were popularized by French mathematician Benoit Mandelbrot, the Julia and Mandelbrot fractals are closely related.

[19] Hausdorff's idea consists in calculating how many small objects or units of size  $k$  are needed to cover a larger object of size  $P$ . The ratio  $P/k$  is the scale factor or resolution  $r$ . It can be demonstrated that there is a Euclidean relationship between the linear

relationship of similitude  $r$ , the dimension  $D$  of the object (Hausdorff dimension) and the  $N$  parts into which the object can be divided. Many of the technical tools used to calculate the Hausdorff dimension of very irregular sets were developed by Abram Samojlovic Bezičovic, who then adds the name to the theorization.

[20] Menger sponge is a particular three-dimensional fractal, first described by Karl Menger in 1926 while exploring the concept of topological dimension. It constitutes the three-dimensional extension of the Cantor ensemble and the Sierpinski carpet. Menger's sponge is built: 1) By dividing a cube into 27 cubes; 2) Removing the central cube and the 6 central cubes on each side: 20 cubes remain; 3) Repeating steps 1-2 on each new cube. At each iteration, we get an object with more holes than before.

[21] Since it is an object obtained with a passage to the limit (i.e. with  $n$  tending to  $\infty$ ) and in physic word, it is impossible to perform infinite iterations, a fractal can always and only be conceived and represented partially. The representations given should be termed pre-fractal.

[22] Brassica oleracea italica.

[23] In fact, Roman broccoli is a variety of cauliflower with an early autumn-winter cycle

[24] Despite the name, the Pythagorean tree was first designed by Albert E. Bosman (1891-1961) around 1942, a Dutch engineer and mathematics teacher. In 1957 he published the book *Het wusione onderzoekingsveld der vlakke meetkunde* ("The wonderful field of exploration of plane geometry"), which also contained his work on the Pythagorean tree.

## REFERENCES

- Aristotele, (1973) *Opere, vol.V: Parti degli animali, Riproduzione degli animali*, tr. a cura di D. Lanza e M. Vegetti, Laterza, Bari.
- Ball, P. (2012) Pattern Formation in nature: physical constraints and self-organising characteristics in *Material Computation, AD Architectural Design* n. 216, edited by Achim Menges.
- Bar-Cohen Y. (2011) *Biomimetics: nature-based innovations*, CRC Press, Boca Raton.
- Bianciardi, G. (2015) *Geometria frattale*, Scienza E Ricerche (7), 11-16. Anno: 2015
- Bovill, C., (1996) *The Fractal Geometry in Architecture and Design*, Birkhäuser: Boston: France.
- Buratti, G. (2019) Computational Process and Code-Form Definition in Design. In: (a cura di): P. Magnaghi-Delfino, G. Mele, T. Norando, *Faces of Geometry. From Agnesi to Mirzakhani*. p. 31-40, Springer.
- Greenough, H., (1957) *Form and Function: Remarks on Art, Design and Architecture*, H. A. Small, University of California Press, Berkeley and Los Angeles.
- Hensel, M., Menges, A., Weinstock, M. (2010) *Emergent Technologies and Design. Towards a biological paradigm for architecture*, Routledge, New York
- Mandelbrot B. B. (1967) How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension, in *Science*: 156, pag. 636-638.
- Mandelbrot B. B. (1982) *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Co.
- Moholy-Nagy, L. (1929) *Von Material zu Architektur*, Albert Langen Verlag, München.
- Rossi, M. (2006) Nature's architectures and built forms: Structures and surfaces between Idea and Design in *Nexus Network Journal*, vol. 8, n°1/06, Birkhauser, Basel.
- M. Rossi (2019), Organic Reference in Design. The Shape between invention and imitation. Magnaghi-Delfino P., Mele G., Norando T. *Faces of geometry From Agnesi to Mirzakhani*. Springer. p 177-185.
- Rossi, M.; Buratti, G. (2018) *Computational Morphologies. Design Rules between Organic Models and Responsive Architecture*, Springer Verlag.
- Salingaros, N.A. (2007) *A Theory of Architecture*, ISI Distributed Titles: Delaware.
- Steadman, P. (1988) *L'evoluzione del design. L'analisi biologica in architettura e nelle arti applicate*, Editore: Liguori.



## Pattern frattali. Forme della natura per la sostenibilità del progetto.

*L'immaginazione si stancherà di inventare  
prima che la natura si stanchi di rivelarsi*  
Blaise Pascal

La geometria ci insegna che le forme hanno proprietà specifiche che dipendono dal loro 'disegno,' ovvero dalle relazioni metriche tra gli elementi che ne definiscono il contorno. Per le discipline progettuali, lo studio, il confronto e la ragione delle proprietà morfologiche sono fondamentali per l'efficacia e l'efficienza di quanto ideato. Il risultato di qualsiasi progetto dipende infatti dalla capacità di rispondere a requisiti d'uso legati alle tempistiche e risorse necessarie al raggiungimento di un obiettivo.

Se consideriamo come una parte considerevole dell'apprendimento umano avvenga per imitazione, non sorprende che il mondo naturale sia stato il primo modello di ispirazione progettuale. Da quando l'uomo ha iniziato a rappresentare organi-

smi e fenomeni naturali all'interno delle caverne è cominciato lo studio della natura nel tentativo di capirne i principi. La primitiva dimensione magico-sacrale ben presto cede il posto alla Natura intesa come catalogo di soluzioni possibili, utilizzabili dall'uomo in virtù del proprio intelletto. Secondo Platone tanto le leggi che l'arte «*provengono dalla natura o comunque da qualcosa di non inferiore a essa*» [1] mentre Aristotele introduce per lo studio degli animali il concetto di osservazione empirica sulla quale basare la formulazione di ipotesi, teorizzando un'estetica funzionale secondo cui «*ognuna delle parti del corpo è in vista di un fine, il fine poi è una certa funzione*» [2]. Vitruvio usa il corpo umano come modello astratto e funzionale per i concetti di *simmetriae* e *eurythmiae*, necessari alla corretta composizione architettonica e il Rinascimento, con Luca Pacioli, associa la proporzione aurea alla massima perfezione della natura.

Dal mondo classico alla nascita della scienza moderna, lo studio dei modelli biologici sarà principalmente indirizzato alla codifica dell'armonia delle forme naturali attraverso sistemi matematici e numerici che indagano rapporti di corrispondenza tra le parti, influenzando anche i canoni di riferimento della produzione artistica. Sino agli studi di Leonardo sul volo degli uccelli per la realizzazione di una macchina volante, primo esempio documentato di ricerca fondata sull'analisi metodologica di un sistema biologico, la relazione tra processi naturali e attività progettuale rimarrà ad un livello più metaforico che empirico. La capacità di astrarre e trasformare in tecnologia i principi naturali è infatti processo discontinuo, legato agli strumenti teorici e alle tecnologie disponibili. Benché esempi legati a singole esperienze siano rinvenibili anche precedentemente [3], il rapporto tra progettazione e mondo naturale si costruisce su una base rigorosa solo a partire dall'inizio del

XIX secolo, quando la biologia si costituisce come una scienza autonoma che ha per oggetto lo studio dei sistemi viventi [4].

Uno dei primi edifici in cui è riconoscibile uno studio biomeccanico propriamente detto è Il Crystal Palace, realizzato a Londra nel 1851 per ospitare la prima Esposizione Universale, summa delle ricerche di architettura e di botanica di Joseph Paxton. L'edificio era ispirato alla Victoria Amazonica, una ninfea che possiede foglie molto estese, caratterizzate da una serie di costole radiali irrigidite da sottili nervature incrociate. Paxton ripropone tale disegno per le strutture portanti in ferro dei grandi archi di chiusura, ottenendo così una struttura leggera, ma molto resistente, che supporta efficacemente le ampie vetrate. Negli stessi anni la metafora organica ispira il funzionalismo americano di H. Greenough che vede nell'adattamento della forma alla funzione il principio operante in natura e intende l'organizzazione naturale come variazione dello stesso elemento a seconda dei bisogni del genere e della specie, modellati dalle necessità adattive [5]. Louis Sullivan sintetizza questi concetti nel celebre motto "...la forma segue sempre la funzione..." [6], prospettandone un'applicazione pratica nell'architettura e nel Design che troverà seguito nel XX secolo nelle teorizzazioni del Movimento Moderno.

Nel 1917 D'Arcy Thompson pubblica i suoi studi sulle relazioni che intercorrono tra relazioni matematiche, le leggi fisiche e alcuni fenomeni dell'accrescimento organico, della struttura e della forma. L'autore propone e illustra un campionario di analogie tra le morfologie create dalla natura e i sistemi architettonici e meccanici prodotti dall'uomo, evidenziando come l'efficienza funzionale osservata in natura possa stimolare soluzioni altrettanto efficaci nel mondo dei manufatti. Benché non tutte le ipotesi dei suoi studi siano dimostrate, il testo propone problemi e osservazioni che, anche se ancora irrisolti [7], provano come la natura crei le sue forme in base a criteri di economia e di minima energia. L'opera di D'Arcy Thompson apre a nuovi scenari interpretativi che influenzeranno generazioni di progettisti e getteranno le basi della biotecnologia e della bionica.

Il termine Biotecnologia (Biotechnik) è introdotto per la prima volta nel 1920 da R.H. Francé nel testo *Die Pflanze als Erfinder*, nel quale si indagano i processi di crescita e ordinamento delle piante, evidenziando le opportunità offerte dalla conoscenza di tali fenomeni nella progettazione di artefatti [8]. L'approccio sarà successivamente scelto come riferimento didattico da Laszlo Moholy-Nagy alla Bauhaus [9], che introdusse nella scuola l'idea che l'evoluzione degli organismi viventi ha risolto molti problemi funzionali ed ingegneristici, ai quali basta attingere piuttosto che ricercare nuove soluzioni tecnologiche [10].

Alla fine degli anni Cinquanta in continuità con le teorie biotecniche, ma con un'attenzione particolare alle nuove tecnologie, nasce una nuova branca dell'ingegneria definita bionica, nella quale è possibile rinvenire anche le radici della biomimetica. Nelle discipline del progetto la bionica è inizialmente tradotta in ricerche che identificano forme e geometrie dotate di particolari caratteristiche strutturali. Tra gli altri, esemplari sono gli studi di R. B. Fuller sulle cupole geodetiche, la cui costruzione si basa sull'osservazione della forma dei radiolari. Questi protozoi marini sono caratterizzati da un esoscheletro siliceo leggero e stabile che l'architetto studia, riportandolo ai principi base di solidi semplici, come il tetraedro, l'ottaedro, l'icosaedro o la sfera, per semplificare la costruzione delle note strutture reticolari. Anche lo studio delle superfici minime di Frei Otto Nasce da esigenze strutturali. Per lo Stadio Olimpico di Monaco è elaborata un'innovativa struttura composta da grandi tettoie sostenute da cavi di acciaio basata sia sull'osservazione del comportamento delle lamine di sapone, che sulla tessitura propria delle ali della libellula. Queste, infatti, nonostante abbiano uno spessore dell'ordine di millesimi di millimetro, resistono senza strapparsi alla notevole pressione che si forma durante il volo.

Se pur pionieristiche queste esperienze sono limitate da un modello d'interpretazione della natura statico e semplificato, costretto nei limiti teorici e tecnologici del tempo. I progressi scientifici conseguiti negli anni successivi hanno consentito di sviluppare modelli conoscitivi capa-

ci di descrivere in termini matematici relazioni e realtà dimensionali più complesse, permettendo di riprodurre e controllare strutture e fenomeni biologici un tempo inattuabili.

Il riferimento organico ritrova una nuova importanza nel progressivo spostamento dell'interesse dalla forma, alle relazioni costituenti le dinamiche generative, in un approfondimento che porta nel tempo a sostituire la mera imitazione con l'analisi dei processi biologici di crescita, trasformazione, e adattamento responsivo [11].

Nell'applicazione al progetto, quest'avanzamento si deve principalmente a due fattori distinti, ma correlati. Il primo è la scoperta e la definizione della geometria frattale di Mandelbrot [12], inquadabile in una tendenza della cultura scientifica ad abbandonare la visione deterministica della realtà per abbracciare un modello più coerente con il mondo reale nell'ammettere che tutti i fenomeni, anche se in diversa misura, sono caratterizzati da processi non lineari. L'altro è il costituirsi dell'informatica come disciplina scientifica e il conseguente utilizzo dell'elaboratore come strumento di indagine.

## 2. GEOMETRIA FRATTALE

La geometria, elemento fondamentale nella costruzione del pensiero scientifico occidentale a tutt'oggi studiata e applicata, è stata formalizzata da Euclide di Alessandria (circa 300 a.C.). Partendo da assiomi intuitivi lo studioso sviluppò un insieme coerente di regole logiche per descrivere punti, linee e altre entità geometriche in un processo di astrazione della realtà tipico della tradizione platonico-pitagorica [13]. Un'astrazione tanto forte da risultare in effetti inadeguata quando applicata al mondo reale. "*Le nuvole non sono sfere e le montagne non sono coni, le linee di costa non sono dei cerchi e la cortecchia non è liscia, né il fulmine viaggia in una linea retta spezzata [...] l'irregolare non è un accidente che distorce le forme geometriche regolari, ma è l'essenza della cosa naturale*" [14]. Con queste parole Benoit B. Mandelbrot sancisce nel 1967 la nascita di un nuovo tipo di geometria, che chia-

merà frattale [15], in grado di descrivere e caratterizzare quantitativamente strutture naturali complesse che presentano forme troppo articolate per essere definite dalla geometria euclidea. In realtà i frattali erano noti già da tempo. Tra la fine dell'800 ed i primi anni del '900, matematici quali Cantor, Peano, Hilbert, Von Koch e Sierpinski [16] avevano individuato strane entità matematiche estranee ai consolidati concetti di dimensione, area e perimetro della geometria classica. Questi oggetti erano accomunati da proprietà di ricorsività, omotetia interna e autosimilarità [17], ma non potevano essere descritti come luogo dei punti che soddisfano determinate condizioni analitiche o geometriche. Queste peculiarità suscitavano scetticismo ed ostilità nella maggior parte degli studiosi del tempo, che considerarono curve di perimetro infinito e area finita dei "mostri" che non potevano avere alcun corrispettivo nel mondo reale. Gli ultimi ad occuparsene, intorno al 1920, furono i matematici francesi Pierre Fatou e Gaston Julia [18], che ottennero notevoli risultati considerando che, non esistendo a quel tempo calcolatori elettronici, potevano contare solamente sulla propria capacità di astrazione. Negli anni successivi la ricerca sui frattali venne abbandonata, sino a quando, al termine della Seconda guerra mondiale, il ventenne Mandelbrot riprese gli studi di matematica iscrivendosi all'École Normale Supérieure di Parigi. La frequentazione presso la prestigiosa scuola fu breve, poiché nell'istituto imperversava in quegli anni il pensiero di un gruppo di matematici che, sotto l'eteronimo di "Nicolas Bourbaki", fondarono un movimento per riscrivere la matematica dalle sue fondamenta esclusivamente in base a criteri logici. In questa costruzione non c'era posto né per la geometria, né per l'applicazione e lo studio di fenomeni fisici reali. Per Mandelbrot la matematica era prevalentemente studio di forme e indispensabile strumento di analisi del mondo fisico, per cui si iscrisse al Politecnico di Parigi dove frequentò le lezioni di un ormai anziano Julia, subendone l'influenza. Bisogna aspettare fino agli anni '50, quando Mandelbrot lasciò la Francia per raggiungere il centro di ricerca dell'IBM a New York, per trovare i

primi studi sul rumore nelle linee telefoniche, che lo portarono ad approfondire i modelli matematici infinitamente irregolari e dotati di omotetia. Mandelbrot si accorse che, nella totale imprevedibilità della comparsa degli errori, esistevano delle regolarità. Individuò infatti un rapporto costante tra i periodi privi di errore e i periodi con errori, indipendentemente dal fatto che l'intervallo di tempo considerato fosse un secondo, un minuto o un'ora. Per misurare il livello di irregolarità, lo studioso utilizzò la dimensione di Hausdorff-Besicovitch [19], o dimensione di ricoprimento, un parametro discreto capace di quantificare la probabilità che una determinata regione di spazio venga occupata dalle iterazioni di un frattale. Scopri così che nei frattali questo valore è sempre più grande della dimensione topologica, può essere un numero frazionario e che la totalità delle forme naturali hanno dimensione frattale compresa tra 0 e 3, estremi inclusi. Per chiarire il concetto si pensi ad un solido tridimensionale, ad esempio un cubo, che non presenta soluzioni di continuità nella sua struttura occupando interamente un volume. Il numero delle sue dimensioni sarà quindi pari a 3 (altezza, larghezza e lunghezza). Il suo corrispettivo frattale Spugna di Menger [20] pur occupando uno spazio tridimensionale, non lo riempie interamente, perché la sua struttura presenta un'intricata serie di aree vuote. Di conseguenza si può immaginare che la sua dimensione sia maggiore di quella di un piano, ma inferiore a quella di un solido, dunque un valore tra due e tre: un valore frazionario. La dimensione frattale descrive quindi l'irregolarità e la complessità di una struttura: tanto più alto è il suo valore numerico, tanto più è irregolare e morfologicamente complessa la figura in esame. Una linea costiera, ad esempio, ha una dimensione frazionaria compresa tra uno e due, mentre la superficie di una montagna possiede una dimensione compresa tra due e tre. Le proprietà dei "mostri matematici" del XX secolo trovano con Mandelbrot un effettivo riscontro nel mondo reale, anche se le forme frattali naturali hanno una regressione finita, a differenza dei frattali matematici che non hanno limite teorico se non la capacità di calcolo dell'elaboratore usato.

Negli ultimi decenni, i modelli frattali hanno acquistato un ruolo fondamentale nella modellizzazione di svariati settori scientifici che comprendono la Biologia, le scienze Economiche e Sociali, l'Informatica e la Medicina, con un campo di applicazione in costante crescita.

Per le discipline del progetto si è precedentemente descritto di come l'impegno consapevole di specifici sistemi propri del mondo naturale abbia promosso innovative soluzioni e arricchito il linguaggio formale. Questo rapporto è mediato da strumenti concettuali e tecnologici che sono il dispositivo attraverso cui il progettista realizza la propria visione. Benché l'introduzione del computer come strumento di disegno abbia determinato un mutamento epocale, il supporto al progetto è stato per molti anni quello di un "tecnigrafo potenziato" che permette di contrarre i tempi di esecuzione ed aumentare l'accuratezza del segno, ma che dal punto di vista concettuale poco si discosta dalle modalità di disegno con riga e squadra.

L'accresciuto livello di alfabetizzazione informatica ha portato i progettisti ad indagare i processi, spesso sconosciuti, che sottendono il funzionamento dello strumento digitale quotidianamente utilizzato. Questo interesse ha stimolato un nuovo tipo di modellazione, basata sulla logica elaborativa delle informazioni, che ha determinato una nuova fase di disegno assistito al computer. Si tratta di un approccio innovativo, risultato di un utilizzo consapevole del medium digitale che libera il progettista dai vincoli e dai condizionamenti dei software CAD tradizionali, ma ancora poco compreso e spesso adoperato in modo incompleto alla ricerca del mero esercizio formale. Di seguito saranno proposti degli esempi di come questo approccio riveli il suo potenziale nello studio e nella formalizzazione di alcune morfologie frattali.

### 3. FRATTALI, ALGORITMI E MODELLIZZAZIONE

Come già affermato, la descrizione dei frattali non si basa su di un'equazione, ma su un algoritmo, non necessariamente numerico, utilizzato per disegnare la curva o la superficie [21]. Un algoritmo è un procedimento sistematico basato su una suc-



cessione di istruzioni univocamente interpretabili, che spiegano ad un agente esecutore come raggiungere un determinato obiettivo. Se l'esecutore è un computer, l'algoritmo deve essere tradotto in un opportuno linguaggio (o codice) eseguibile. Questi concetti ci riportano al paradigma concettuale dell'informatica ed evidenziano l'importanza che il computer ha avuto nella ricerca sui frattali. Grazie all'elaboratore, infatti, Mandelbrot ha ricreato la complessità delle leggi ricorsive tipiche dei fenomeni sistemici non lineari, identificando solo a posteriori le regole che ne spiegano il comportamento. In altre parole, questi comportamenti non erano analizzabili secondo un metodo ipotetico deduttivo (top-down), per cui conoscendo le condizioni iniziali si può prevedere l'evoluzione futura del sistema in ogni istante. Solo definendo il comportamento di entità di base (bottom-up) e lasciando alla potenza di calcolo del computer il compito di simulare l'effetto collettivo risultante dalle interazioni, è stato possibile rinvenire delle regolarità e confrontarle con i fenomeni naturali.

In questo paradigma risiede l'importanza di un diverso utilizzo dell'elaboratore nel disegno per il progetto che si esprime non più nel disegno di una forma, ma nella definizione del processo di relazioni che portano al costituirsi della forma stessa. La morfologia di un manufatto diviene il risultato dell'iterazione tra diverse determinati progettuali, siano esse di ordine tecnologico, economico o culturale, in un processo definito morfogenesi computazionale perché, come nella morfogenesi naturale che contraddistingue i processi di sviluppo e crescita, la forma nasce dall'interazione di capacità materiali intrinseche al sistema e influenze e forze ambientali esogene. Il linguaggio formale non sarà predeterminato, ma contingente, liberando l'atto progettuale da qualsiasi preconcepito, stile o tendenza in una scelta alternativa di forme intelligenti e creatività tracciabile.

Gli esempi successivi dimostrano il livello di complessità che è possibile controllare e gestire secondo un processo computazionale. Tramite Grasshopper, editor di algoritmi visuale associato al programma Rhino della McNeel, sono state

studiate e definite due definizioni algoritmiche capaci di rappresentare precisamente delle morfologie organiche.

Il primo algoritmo descrive un vegetale che da sempre affascina gli studiosi di diverse discipline per le sue particolari caratteristiche morfologiche: il broccolo romano [22].

La notorietà è probabilmente dovuta alla disposizione frattale delle rosette (le piccole cime) del broccolo che, conformi alle regole dell'omotetia interna, ripropongono la stessa geometria su scale diverse. In altre parole, ogni cono del broccolo genera sulla propria superficie laterale una successione di altri cono in una sequenza continua. Un altro aspetto di interesse del broccolo è che questa successione è esprimibile come quoziente della sequenza di Fibonacci, ossia tramite rapporto tra cifre che fanno parte dell'omonima successione in cui ciascun numero è la somma dei due precedenti.

L'algoritmo descrive dapprima una spirale logaritmica appartenente al piano  $xy$ . Questa è definita algebricamente di modo che il raggio vettore  $r$  sia una funzione continua e monotona di un angolo  $q$ , descrivibile nel piano cartesiano tramite coordinate polari tali che  $x = r \cos q$  e  $y = r \sin q$ , dove  $r$  è la distanza di un punto generico  $P$  dall'origine degli assi (considerato come polo della spirale), e l'angolo  $q$  indica l'inclinazione di  $OP$  rispetto all'asse polare. La proiezione della curva sulla superficie laterale del cono permette di ottenere una spirale logaritmica tridimensionale nel quale l'asse polare  $OZ$  coincide con l'altezza del cono. Lo step successivo suddivide la curva secondo la sequenza di Fibonacci, ottenendo dei segmenti proporzionali, in cui gli estremi corrisponderanno ai centri delle circonferenze di base dei nuovi cono che costituiranno le nuove cime. L'algoritmo vincola l'altezza dei cono al raggio e il raggio alla sequenza di Fibonacci, di modo che, a seconda del punto di generazione, rispetti la condizione di tangenza con le basi dei cono adiacenti che giacciono sulla stessa curva. In questo modo le dimensioni delle rosette diminuiscono proporzionalmente all'avvicinarsi della spirale al vertice del cono. È sufficiente reiterare il processo  $n$  volte per otte-

nere una geometria che approssima con buona precisione il vegetale reale.

Lo studio geometrico rivela anche le ragioni della fillotassi: l'angolo di  $137,5^\circ$  che distanzia con precisione i centri di base dei cono che corrispondono alle cime, permette di sfruttare lo spazio con grande efficienza. Se l'angolo di divergenza avesse ad esempio un'ampiezza di  $120^\circ$ , o di qualunque altro prodotto razionale di  $360^\circ$ , le rosette si allineerebbero in modo radiale, lasciando una gran quantità di area inutilizzata tra loro. Ci si può chiedere perché il broccolo romano sviluppi le cime a partire da una base circolare, piuttosto che utilizzare un altro poligono capace di tassellare la superficie senza soluzione di continuità, come il quadrato o il triangolo. L'analisi del modello finito sembra fornire qualche spiegazione: si noterà come il principio autosimilare orienti le cime coniche in ogni direzione dello spazio. La curvatura della superficie dei cono permette di avere la massima esposizione ai raggi luminosi a prescindere dall'angolo di incidenza, ottimizzando l'assorbimento dell'energia luminosa necessaria alla fotosintesi e traendo il massimo profitto anche in condizioni di scarsa illuminazione [23].

Il secondo algoritmo computa un particolare tipo di struttura ramificata tipica di alcune famiglie di vegetali, ma rinvenibile anche nell'apparato vascolare polmonare di molti esseri viventi. Lo studio è lo sviluppo tridimensionale di un frattale noto come albero di Pitagora [24], così chiamato perché basato su un procedimento iterativo binario strutturato sulla nota relazione tra quadrato e triangolo  $a^2 = b^2 + c^2$ . Ogni quadrato ha un lato in comune con un triangolo, che a sua volta ha gli altri due lati in comune con altri due quadrati e così via, in un susseguirsi di rotazioni e omotetie che, nonostante la semplicità, generano strutture ramificate di grande complessità.

La costruzione tridimensionale segue lo stesso principio, ma richiede di sostituire il cubo o parallelepipedo con un prisma a base triangolare. Il corrispettivo tridimensionale del triangolo è infatti il tetraedro che, avendo facce triangolari, non ammette la costruzione di poliedri caratterizzati da 4 facce. Si potrebbero utilizzare soli-

di caratterizzati da facce quadrate e triangolari, come la piramide a base quadrata o il cubottaedro, ma si perderebbe così la relazione binaria che distingue la crescita della morfologia. Ogni ramo, infatti, si divide in due seguendo la perpendicolare della faccia che lo genera, dimezzandosi in sezione, in un processo reiterato che permette un efficace ricoprimento dello spazio senza interferenze tra un ramo e l'altro. L'algoritmo trasforma poi i poliedri sono poi trasformati in cilindri, per meglio simulare le forme naturali. Anche in questo caso è possibile sperimentare diverse variazioni parametriche, intuendo il perché della suddivisione dicotomica della trachea in bronchi, e dei bronchi in bronchioli, simile al ramificarsi di molte piante, è la maniera più semplice di occupare un volume. Durante la respirazione i polmoni inspirano ossigeno (O<sub>2</sub>) ed espirano anidride carbonica (CO<sub>2</sub>), mentre la fotosintesi clorofilliana inverte il processo. In entrambe i casi l'efficienza dello scambio aumenta al crescere della superficie, per cui il continuo ramificarsi della struttura in proporzioni costanti, permette di avere in un volume relativamente piccolo come quello dei polmoni una superficie variabile tra i 50 e i 100 m<sup>2</sup>, l'equivalente di un campo da tennis. Lo specifico rapporto tra gli angoli di biforcazione garantisce poi il massimo ricoprimento dello spazio evitando la sovrapposizione o la tangenza dei rami.

#### 4. CONCLUSIONI

Gli esempi proposti dimostrano come un uso consapevole dei processi computazionali nel disegno possano essere utilizzati per descrivere e controllare i fattori di complessità del modello biologico di riferimento. Sino a tempi recenti nel mondo della progettazione i modelli naturali sono stati trattati prevalentemente da un punto di vista statico-strutturale, ma è ora possibile dilatare lo studio ad altri campi di applicazione, come quello termodinamico, acustico, sistemico o estetico. Ciò permetterebbe di ottimizzare le scelte progettuali non solo in riferimento agli aspetti metrico dimensionali, ma valutando anche l'efficienza di altri fattori associati ai caratteri formali quali la resi-

stenza dei materiali, le caratteristiche termiche, acustiche o igrometriche riferibili anche al costo energetico, aspetti che assumono valore strategico in un'ottica di sostenibilità ambientale.

Il mondo naturale, da sempre ammirato per l'efficienza delle sue soluzioni, offre modelli complessi, capaci di assolvere a diverse esigenze. Questi principi possono essere tradotti in algoritmi di descrizione della forma, poiché alla base del sistema naturale e di quello informatico ci sono gli stessi pattern, anche se quelli del mondo informatico sono prevalentemente invisibili. È solo nelle discipline del progetto che questi strumenti possono generare, oltre a diversi modelli di rappresentazione, artefatti reali e tangibili. Il processo di traduzione della forma in linguaggi informatici non è una riduzione della realtà, ma uno strumento in grado di esplicitare e svelarne la complessità. Scrivere un algoritmo a fini progettuali significa concentrarsi sullo spazio interstiziale che, in biologia, collega il genotipo al fenotipo e che contiene i processi regolatori che guidano il primo nel secondo. Diviene così evidente la funzione del ricorso autosimilare proprio dei frattali nei processi morfogenetici naturali. Per descrivere la forma della chioma di un albero, la disposizione dei cinquantamila miliardi di cellule che costituiscono il corpo umano o la distribuzione del milione di miliardi di connessioni interneuronali servirebbe un'enorme quantità di informazione genetica, ma grazie a Mandelbrot, e come dimostrato dai casi proposti, sappiamo che questa complessità può essere ridotta a decine di righe di programma o a pochi geni.

Con la geometria frattale la forma diventa un punto di equilibrio di un sistema complesso e torna ad essere oggetto di studio scientifico della realtà fenomenica. In effetti, la geometria frattale è la prima forma di geometria a descrivere e misurare la Complessità, ramo della fisica dove il determinismo della scienza galileiana e la sua capacità di fare previsioni si dissolve. Se le strutture di molti oggetti del mondo animato e inanimato sono dunque frattali, e la loro omotetia risulta di tipo statistico, l'auto-somiglianza, non più assoluta, risulta l'impronta di un medesimo disegno, ma sempre nuovo e diverso.

Per questo il broccolo romanesco, l'albero respiratorio o vascolare, le montagne e le galassie, per quanto simamili non sono mai uguali, in un panorama infinito di forme a disposizione dell'ispirazione progettuale.

## NOTE

- [1] Platone, *Leggi*, 890 D 6.
- [2] Aristotele, *Opere*, vol.V: Parti degli animali, Riproduzione degli animali, tr. a cura di D. Lanza e M. Vegetti, Laterza, Bari 1973.
- [3] Tra gli altri nella Cina del 1200, la popolazione della provincia di Anhui, progettava gli insediamenti rurali ispirandosi per la rete idraulica all'apparato cardiocircolatorio del bufalo. In tempi più recenti l'entomologo francese R. A. Réaumur, nel 1719, propose la cellulosa come alternativa al cotone e al lino nella produzione della carta, dopo aver osservato come le vespe utilizzano questo materiale. Sul finire dello stesso secolo Sir G. Cayley, studiò la forma del corpo del delfino per sviluppare una forma dello scafo della nave con un minore coefficiente di resistenza, gettando le basi per la fluido-dinamica, che tanta parte avrà nell'ottimizzazione della forma di natanti, veicoli e velivoli.
- [4] M. Rossi (2006) *Nature's architectures and built forms: Structures and surfaces between Idea and Design*, NEXUS NETWORK JOURNAL, vol. 8, n°1/06, Birkhauser, Basel, 2006.
- [5] Greenough, H., *Form and Function: Remarks on Art, Design and Architecture*, H. A. Small, University of California Press, Berkeley and Los Angeles 1957, pp. 57-58. Il libro è una versione riveduta del Memorial of Horatio Greenough, H.T. Tucker-mann, 1853, New York, che a sua volta è basato su 'Horace Bender' (Pseud. Di Greenough), *The Travels, Observation, and Experience of a Yankee Stonecutter*, New York 1852
- [6] "Nel volo dell'aquila, nei petali del fiore di melo, nel lavoro faticoso del cavallo, nello scivolare lieto del cigno, nella ramificazione della quercia che si aggroviglia intorno alla base, nel movimento delle nubi e soprattutto nel movimento del sole, la forma segue sempre la funzione, e questa è la legge. Dove la funzione non cambia, la forma non cambia[...]L.H.Sullivan, *The tall office building: artistically considered*, in «Lippincott's Magazine», 57, marzo 189
- [7] Lo stesso D'Arcy Thompson era consapevole del valore di ispirazione concettuale, più che di esaustiva trattazione scientifica del suo testo del quale affermava: «Questo libro non richiede un'introduzione molto estesa perché è esso stesso una prefazione dall'inizio alla fine», D.W.Thompson, *Crescita e forma* (edizione ridotta a cura di J.T.Bonner), tr.it. Bollati Boringhieri, Torino 1969, p.351.
- [8] R. H. Francé, *Die Pflanzen als Erfinder*, Frank'sche Verlagshandl, Stuttgart 1920.
- [9] L. Moholy-Nagy, *Von Material zu Architektur*, München 1929.
- [10] Per approfondimenti si veda P. Steadman, *L'evoluzione del design. L'analisi biologica in architettura e nelle arti applicate*, Editore: Liguori, 1998.
- [11] M. Rossi (2019), *Organic Reference in Design. The Shape between invention and imitation*. Magnaghi-Delfino P., Mele G., Norando T. *Faces of geometry* From Agnes to Mirzakhani. Springer. p 177-185.
- [12] 1967
- [13] All'epoca, infatti, nessun esegeta avrebbe accettato compromessi con la realtà e quindi la sperimentazione e il confronto con la realtà non ebbero mai una parte rilevante nelle teorie euclidee.
- [14] All'articolo *How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension* pubblicato su Science nel 1967 si fa risalire la data di nascita della geometria frattale.
- [15] Il termine frattale, dal latino *fractus* (frammentato, frazionato) sarebbe stato scelto da Mandelbrot scorrendo il vocabolario di latino del nipote.
- [16] Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918) è stato un matematico tedesco. Ha creato la teoria degli insiemi, teoria fondamentale in matematica; Giuseppe Peano (1858-1932) è stato un matematico e glottologo italiano che ha dato importanti contributi nelle aree dell'analisi, dei fondamenti e della logica, approfondendo il campo delle equazioni differenziali e dell'analisi vettoriale; David Hilbert (1862-1943) è stato uno dei matematici tedeschi più influenti del XIX e dell'inizio del XX secolo. Hilbert scoprì e sviluppò un'ampia gamma di idee fondamentali in molte aree, tra cui la teoria degli invarianti, l'algebra commutativa, i fondamenti della geometria e della fisica matematica; Niels Fabian Helge von Koch (1870-1924) è stato un matematico svedese che ha dato il nome al famoso frattale noto come fiocco di neve di Koch, una delle prime curve frattali ad essere descritte; Waclaw Franciszek Sierpinski (1882 -1969) è stato un matematico polacco.
- [17] Era noto per le ricerche sull'assioma della scelta e l'ipotesi del continuo, sulla teoria delle funzioni e della topologia e per tre noti frattali (il triangolo di Sierpinski, il tappeto di Sierpinski e la curva di Sierpinski).
- [18] La ricorsività è la caratteristica di un procedimento che riduce la complessità di un problema riportandolo a problemi via via più semplici cui il procedimento stesso viene applicato. L'omotetia è una trasformazione geometrica del piano o dello spazio, che dilata o contrae gli oggetti, mantenendo invariati gli angoli. L'autosimilarità descrive come caratteristiche della forma globale di una figura sono, su scala minore, anche le caratteristiche delle sue componenti. L'invarianza di scala è una forma esatta di auto-similarità, dove ad ogni ingrandimento c'è una parte dell'oggetto che è simile al tutto
- [19] L'idea di Hausdorff consiste nel calcolare quanti piccoli oggetti o unità di grandezza  $k$  sono necessari per coprire un oggetto più grande di grandezza  $P$ . Il rapporto  $P/k$  è il fattore di scala o la risoluzione  $r$ . È dimostrabile che esiste una relazione euclidea tra il rapporto lineare di similitudine  $r$ , la dimensione  $D$  dell'oggetto (dimensione di Hausdorff) e le  $N$  parti in cui l'oggetto è suddividibile. Molti degli strumenti tecnici usati per calcolare la dimensione di Hausdorff di insiemi molto irregolari sono stati sviluppati da Abram Samojlovič Bežičević, che aggiunge quindi il nome alla teorizzazione.
- [20] la spugna di Menger è un particolare frattale tridimensionale, descritto per la prima volta da Karl Menger nel 1926, mentre esplorava il concetto di dimensione topologica. Costituisce l'estensione tridimensionale dell'insieme di Cantor e del tappeto di Sierpinski. La spugna di Menger si costruisce: 1) Dividendo un cubo in 27 cubi; 2) Rimuovendo il cubo centrale e i 6 cubi centrali ad ogni faccia: restano così 20 cubi; 3) Ripetendo i passi 1-2 su ogni nuovo cubo. Ad ogni iterazione si ottiene un oggetto con più buchi di prima.
- [21] Poiché è un oggetto ottenuto con un passaggio al limite (ovvero con  $n$  tendente a  $\infty$ ) e nella realtà non si possono eseguire infinite iterazioni, un frattale si può sempre e solo concepire e rappresentare parzialmente. Le rappresentazioni date dovrebbero quindi essere definite prefattali.
- [22] *Brassica oleracea var. italica*.
- [23] Infatti, il broccolo romano è una varietà di cavolfiore a ciclo medio-precocoe autunno-invernale
- [24] Nonostante il nome l'albero di Pitagora risulta disegnato per la prima volta da Albert E. Bosman (1891-1961) intorno al 1942, ingegnere e insegnante di matematica olandese. Nel 1957 pubblicò il libro *Het wonderde onderzoekingsveld der vlakke meetkunde* ("Il meraviglioso campo di esplorazione della geometria piana") che conteneva anche il suo lavoro sull'albero pitagorico.